ISSN 2316-7602

SAEP 2018

SISTEMA DE AVALIAÇÃO DA EDUCAÇÃO BÁSICA DO PARANÁ

Revista do Professor | Matemática
Educação de Jovens e Adultos - EJA

Foto: Doug Scortegagna on VisualHunt

ISSN 2316-7602

SAEP 2018

Sistema de Avaliação da Educação
Básica do Paraná

Revista do Professor

Matemática

Educação de Jovens e Adultos - EJA

FICHA CATALOGRÁFICA

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação do Paraná.

SAEP 2018 / Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Educação, CAEd.

v. 1 (2018), Juiz de Fora, 2018 – Anual.

Conteúdo: Revista do Professor - Matemática - Educação de Jovens e Adultos (EJA).

ISSN 2316-7602

PARANÁ
GOVERNO DO ESTADO
SECRETARIA DA EDUCAÇÃO E DO ESPORTE

GOVERNO DO PARANÁ
CARLOS MASSA RATINHO JUNIOR

SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO E DO ESPORTE
RENATO FEDER

DIRETORIA-GERAL
RENAN VERONESI COMPAGNOLI

DIRETORIA DE EDUCAÇÃO
RAPH GOMES ALVES

DEPARTAMENTO DE DESENVOLVIMENTO CURRICULAR
MERYNA THEREZINHA JULIANO ROSA

COORDENAÇÃO DE AVALIAÇÃO
KATYA APARECIDA DE CARVALHO PRUST

SUMÁRIO

Apresentação

A busca por melhores parâmetros de qualidade e equidade para o ensino ofertado nas escolas do país tem mobilizado todos aqueles que acreditam na educação como um caminho fundamental para o desenvolvimento de um país. Nesse sentido, há alguns anos, no Brasil, a avaliação educacional externa tem se constituído como uma importante ferramenta para subsidiar decisões, seja no âmbito das políticas públicas educacionais, ou no interior das escolas, com vistas a alcançar tais parâmetros. Ela fornece indicadores que auxiliam no diagnóstico do desempenho dos estudantes, permitindo o monitoramento permanente do processo ensino-aprendizagem.

Com a intenção de melhorar o processo de ensino-aprendizagem e garantir o direito subjetivo de todo estudante a uma educação de qualidade, a Secretaria de Estado da Educação do Paraná criou o **Sistema de Avaliação da Educação Básica do Paraná (SAEP)**, em 2012. Estudantes do 6º e 9º anos do ensino fundamental e da 1ª e 3ª séries do ensino médio foram avaliados em Língua Portuguesa e Matemática por dois anos consecutivos. Em 2017, o programa foi retomado, com a avaliação dos estudantes matriculados no 9º ano do ensino fundamental e na 3ª e 4ª séries do ensino médio.

Nesta edição, o programa avalia estudantes do 6º ano do ensino fundamental, da 1ª série do ensino médio e da Educação de Jovens e Adultos (EJA) do ensino fundamental - Fase II e da EJA ensino médio, a partir de testes de Língua Portuguesa e Matemática.

Os resultados alcançados pelos estudantes da Educação de Jovens e Adultos (EJA) no **SAEP 2018** abrem este volume. Podem ser conferidas a participação, a proficiência média e a distribuição de estudantes pelos padrões de desempenho estudantil, obtidas a partir da Teoria de Resposta ao Item (TRI), em Matemática, além dos resultados gerados pela Teoria Clássica dos Testes (TCT) da escola, por etapa e turma avaliadas na disciplina.

Para apoiar a leitura e análise dos resultados da avaliação, você conta com dois roteiros de orientação, seguidos de uma sugestão de intervenção pedagógica que poderá ser adaptada para a realidade da sala de aula e servir como exemplo para o trabalho com outros conhecimentos.

A avaliação no início do ano letivo, um dos focos do **SAEP 2018**, é abordada na penúltima seção desta revista. Você vai conhecer os objetivos e a importância desse tipo de avaliação para a construção de um diagnóstico da aprendizagem dos estudantes baseado em evidências, contribuindo para o processo de ensino-aprendizagem. Além disso, esse artigo destaca a relevância da avaliação da EJA para o SAEP, bem como seu caráter somativo, dada a especificidade dessa modalidade de ensino.

Ao final desta publicação, você encontra a descrição dos padrões de desempenho estudantil e seus níveis, acompanhados por itens exemplares.

Boa leitura!

Resultados da avaliação

Esta seção apresenta os resultados da escola no **SAEP 2018**.

Em primeiro lugar, são exibidos, para cada etapa da EJA avaliada em Matemática, os resultados de participação e de desempenho, aferidos por meio dos testes e analisados com base na Teoria de Resposta ao Item – TRI: proficiência média e distribuição dos estudantes por padrão de desempenho estudantil.

Em seguida, é possível consultar os resultados de cada turma, por etapa, obtidos a partir da Teoria Clássica dos Testes – TCT, a saber: percentuais de acerto registrados para cada descritor avaliado no teste.

Acompanham esses resultados dois roteiros, com o objetivo de auxiliar sua leitura e análise, bem como sugerir exercícios para reflexão sobre os possíveis usos desses resultados.

RESULTADOS DA ESCOLA

RESULTADOS DA ESCOLA

Roteiro de leitura e uso dos resultados de TRI

Disciplina: Matemática

Etapa:

Atenção**:** As atividades devem ser reproduzidas para cada uma das etapas da EJA avaliadas no SAEP 2018.

Para ler e analisar os resultados da escola produzidos a partir da Teoria de Resposta ao Item – TRI, é necessário seguir alguns passos, apresentados no roteiro a seguir.

Passo 1 – Participação

A primeira informação a ser observada, nos resultados da escola, é o indicador de participação.

Esse indicador é muito importante, uma vez que os resultados de desempenho – proficiência média e distribuição dos estudantes pelos padrões de desempenho estudantil – são considerados representativos quando correspondem a uma participação igual ou superior a 80% do universo de estudantes previstos para participar da avaliação.

Participação registrada na avaliação do SAEP 2018, na etapa da EJA em análise: __________%

Caso a participação observada tenha sido inferior a 80%, deve-se refletir sobre os seguintes pontos:

- Essa participação corresponde à frequência observada durante o período letivo, nessa etapa?

☐ Sim ☐ Não

- Se não corresponde, que motivos poderiam explicá-la?

- Reflita sobre as ações que podem ser implementadas para aumentar a participação dos estudantes da EJA nas próximas edições da avaliação externa no SAEP.

Passo 2 – Proficiência média

Vamos observar agora, nos resultados da escola, a proficiência média alcançada pelos estudantes da etapa em análise.

A proficiência corresponde ao valor estimado do conhecimento do estudante, tendo em vista as atividades que ele é capaz de realizar, na resolução dos itens do teste.

A proficiência média da escola é o valor da média aritmética das proficiências alcançadas pelos estudantes, nessa disciplina e etapa. A observação desse indicador ajuda a verificar a melhoria da qualidade da educação ofertada, a partir da evolução do desempenho médio da escola nas avaliações.

Proficiência média registrada na avaliação do SAEP 2018, na etapa em análise: ________

- Essa média reflete os resultados internos da escola, observados a partir do desempenho dos estudantes nas avaliações internas?

Passo 3 – Distribuição dos estudantes por padrão de desempenho estudantil

Conferida a proficiência média, vamos analisar como os estudantes estão distribuídos pelos padrões de desempenho estudantil.

A distribuição percentual dos estudantes por padrões de desempenho estudantil é um indicador relevante para o monitoramento da equidade da oferta educacional.

Para atingir essa equidade, os estudantes situados nos dois padrões mais baixos necessitam de intervenções específicas, para que desenvolvam e consolidem os conhecimentos esperados para a etapa de escolaridade em que se encontram. Os estudantes que alcançaram os dois padrões mais altos, ou seja, que revelaram desempenho adequado ou avançado para a etapa, demandam atividades de maior complexidade.

Retorne à página de resultados e preencha o quadro abaixo com o percentual e o número absoluto[1] de estudantes que se encontram em cada um dos padrões de desempenho estudantil.

Edição	**Abaixo do básico**		**Básico**		**Adequado**		**Avançado**	
2018	% de estudantes	Nº de estudantes	% de estudantes	Nº de estudantes	% de estudantes	Nº de estudantes	% de estudantes	Nº de estudantes

Em qual padrão se concentra o maior percentual de estudantes?

____

Há mais estudantes concentrados nos dois padrões mais altos ou nos dois padrões mais baixos?

____

[1] *Para calcular o número absoluto de estudantes em cada padrão de desempenho estudantil, utilize regra de três, considerando o número de estudantes efetivos. Exemplo: nº de estudantes efetivos: 80; % de estudantes no padrão Básico: 20%; nº de estudantes nesse padrão: 16.*

Passo 4 – Escalas de proficiência

Para realizar os exercícios propostos a seguir, acesse as escalas de proficiência interativas disponíveis no endereço **www.saep.caedufjf.net/ escalas-interativas**.

Você pode consultar, também, as descrições dos níveis correspondentes aos padrões de desempenho estudantil, na seção que encerra esta revista.

a) Digite a proficiência média da sua escola no campo correspondente. Observe sua localização na escala e, em seguida, responda:

- Em qual padrão de desempenho estudantil se encontra a proficiência média da sua escola neste ano?

  ____

- Observe os conhecimentos relacionados à esquerda da escala de proficiência. De acordo com a média da sua escola, confira o desenvolvimento de cada um dos conhecimentos avaliados – é importante verificar o que já foi consolidado, o que ainda não foi e o que está em processo de desenvolvimento. Para isso, observe a gradação de cores na escala e o que corresponde a cada cor.

b) Verifique as descrições dos níveis correspondentes aos padrões de desempenho estudantil, clicando sobre a escala ou consultando a seção que encerra esta revista, e responda:

- Quais são as diferenças significativas no desenvolvimento dos conhecimentos entre os estudantes desta etapa? Para responder essa pergunta, você precisa comparar o que os estudantes de padrões mais avançados desenvolveram em relação aos estudantes alocados nos padrões mais baixos. Registre suas constatações e discuta com seus colegas.

- Levante algumas hipóteses para esses resultados.

- Quais estratégias de intervenção podem ser adotadas para auxiliar os estudantes que se encontram nos dois padrões mais baixos?

Roteiro de leitura e uso dos resultados de TCT

Disciplina: Matemática

Etapa: **Turma:**

Atenção: As atividades devem ser reproduzidas para cada uma das etapas e turmas avaliadas.

Para ler e analisar os resultados da escola produzidos a partir da Teoria Clássica dos Testes – TCT, é necessário seguir alguns passos, apresentados no roteiro a seguir.

Passo 1 – Percentual de acerto por descritor - Turmas

Realizada a análise dos resultados de TRI da escola – participação, proficiência média e distribuição dos estudantes por padrão de desempenho estudantil –, é importante verificar os conhecimentos avaliados no SAEP 2018 e observar aqueles que apresentaram maiores dificuldades para os alunos da Educação de Jovens e Adultos.

- Identifique, em cada turma, os descritores em que os estudantes alcançaram menos de 50% de acerto no teste.

- Consulte a matriz de referência e registre os conhecimentos referentes a esses descritores no quadro[1] a seguir. Escreva, à frente de cada conhecimento, o percentual de acerto correspondente.

[1] *Se necessário, reproduza este quadro.*

Descritor	Descrição do conhecimento	Percentual de acerto

Os conhecimentos listados têm sido contemplados no Plano de Trabalho Docente? Se não, por quê?

Se os conhecimentos listados fizerem parte do Plano de Trabalho Docente, os estudantes apresentaram dificuldades nos conteúdos relacionados a eles, na sua avaliação interna?

Passo 2 – Plano de ação

Discuta com seus colegas quais são as melhores estratégias de intervenção pedagógica para auxiliar os estudantes a desenvolverem esses conhecimentos e registre no quadro[2] seguinte.

Descritor/ Conhecimento	Estratégias de intervenção pedagógica	Responsável

[2] *Se necessário, reproduza este quadro.*

A avaliação como possibilidade de revisão de rumos

A compreensão de que o ato de avaliar é inerente a qualquer atividade humana não é novidade. Sabemos que, a todo tempo, estamos refletindo, problematizando, questionando, avaliando, mesmo que de maneira não sistematizada e nas questões mais simples e corriqueiras. Toda tomada de decisão é precedida de um processo avaliativo. E toda avaliação produz um diagnóstico sobre determinada realidade.

No contexto educacional, quando tratamos do processo educativo formal, com seus objetivos e suas finalidades claramente definidos, a avaliação é condição fundamental para identificar os percursos trilhados pelos estudantes no processo de ensino-aprendizagem e suas dificuldades e, portanto, direcionar as ações adequadas para que alcancem sucesso no seu desenvolvimento e na apropriação dos conhecimentos. Na dimensão da gestão pública, a avaliação permite a produção de indicadores sobre o efeito das políticas implementadas, bem como fornece diagnósticos sobre dada realidade, permitindo que novas políticas ou propostas sejam elaboradas ou redefinidas.

Entretanto, para que a avaliação possa contribuir, efetiva e positivamente, nas tomadas de decisão, é de suma importância apropriar-se, substantivamente, das informações por ela produzidas. Por parte das escolas, por exemplo, é crucial que os resultados produzidos a partir das avaliações educacionais, sejam elas internas – aquelas realizadas pelos professores nas escolas – ou externas – como é o caso da avaliação realizada a partir do **SAEP 2018**, sejam conhecidos, analisados, compreendidos e refletidos, sistematicamente.

A compreensão é fundamental, mas não é suficiente para operar mudanças e impactar em melhoria no desempenho dos estudantes. A avaliação só se completa e cumpre seu papel quando a análise é acompanhada de ações. Para promover modificações, é portanto necessário repensar o planejamento pedagógico e de gestão da escola com base nos diagnósticos produzidos pela avaliação, redefinindo as práticas implementadas, quando for o caso.

Diante disso, com base nos resultados da avaliação realizada no início de 2018 – **SAEP 2018** – as escolas podem analisar o desempenho alcançado pelos estudantes e rever seu planejamento, bem como as práticas pedagógicas adotadas. É para isso que a avaliação deve servir: para a revisão de rumos e a proposição de novas ações com o objetivo de melhorar a qualidade da educação ofertada, expressa no desempenho dos estudantes.

Por exemplo, se os resultados dos testes aplicados na avaliação do **SAEP 2018** indicarem que o desempenho dos estudantes está muito aquém do esperado, ou seja, se há muitos estudantes concentrados nos padrões de desempenho mais baixos, é importante identificar quais são os conhecimentos que demonstram não ter desenvolvido, relacionar esses resultados com aqueles apresentados nas avaliações internas e buscar possíveis caminhos para que, em avaliações posteriores, esses resultados possam ser diferentes.

Uma avaliação realizada durante o ano letivo ou no seu início assume, portanto, um caráter formativo para as etapas da educação regular, na medida em que possibilita às escolas e a cada professor em particular a redefinição dos rumos no processo de ensino, tendo em vista os resultados apresentados pelos estudantes nos testes. Nessa perspectiva, é possível realizar o acompanhamento, ao longo do ano, do desenvolvimento dos conhecimentos que os estudantes demonstraram ainda não ter consolidado e, com isso, identificar quais intervenções estão produzindo os efeitos desejados, e aquelas que ainda não estão.

No caso específico da Educação de Jovens e Adultos – EJA, a avaliação do SAEP 2018 teve caráter somativo, uma vez que ocorreu ao final do período letivo dessa modalidade de ensino. Os dados de desempenho dos estudantes da EJA, disponíveis nesta revista, podem ser analisados com vistas à melhoria do processo educacional, de que poderão se beneficiar turmas subsequentes às avaliadas.

As avaliações formativas e somativas têm, portanto, objetivos similares: ambas pretendem servir como subsídio para a revisão das ações empreendidas, a fim de que todos os estudantes, tanto da educação regular quanto da EJA, tenham garantido o mesmo direito a uma educação de qualidade e equânime.

Sugestão de atividades

A seguir, você encontra uma **sugestão de atividade para o desenvolvimento de alguns conhecimentos**, que poderá ser adaptada para a realidade da sua sala de aula e servir como exemplo para o trabalho com outros conhecimentos.

Leitura e utilização de tabelas e gráficos na EJA ensino fundamental - Fase II

A Educação de Jovens e Adultos do ensino fundamental - Fase II dirige-se para a consolidação e ampliação dos procedimentos de leitura e escrita e de interpretação do mundo. Nesse sentido, a Matemática é um campo de conhecimento essencial para que se efetue corretamente a compreensão de inúmeros portadores textuais e se possa significar diferentes situações cotidianas das quais os jovens e adultos participam e com as quais interagem. Em especial, a capacidade de ler, utilizar e interpretar informações apresentadas em tabelas e gráficos tem adquirido especial relevância, dado o seu amplo uso em divulgação de informações e na sistematização e organização de diferentes elementos que estão distribuídos em um texto.

As tabelas e gráficos apresentam propriedades específicas de leitura e interpretação. Usualmente, são capacidades pouco trabalhadas na Educação de Jovens e Adultos, pois se considera que a codificação e decodificação da escrita seria recurso suficiente para se compreender elementos não textuais. Além disso, o aspecto figural das tabelas e gráficos produz uma aparente e falsa facilidade de leitura, que ocorreria de modo quase espontâneo e natural. Dessa forma, é importante destacar que os gráficos e tabelas são conteúdos matemáticos específicos e cabe ao professor promover situações didáticas que se voltem para o ensino das capacidades envolvidas.

Tabelas

A leitura do valor em uma tabela é uma capacidade inicial, mas muito importante. Em geral, nos anos iniciais os estudantes têm conteúdos que envolvem modelos simples, com apenas uma coluna de dados. Esse tipo de tabela permite uma primeira aproximação com a capacidade de leitura e com modos mais fáceis de sistematizar uma informação. Além disso, as operações cognitivas requeridas para ler este tipo de tabela são bastante incipientes. É preciso identificar o elemento da primeira coluna e verificar qual a informação correspondente na segunda coluna. Observe a tabela a seguir.

Tabela 1 - Notas dos estudantes em Matemática

NOME	NOTA
João	9
Maria	7
Pedro	6

A partir dessa imagem, é possível ver que, caso se deseje saber a nota de Pedro na disciplina de Matemática, basta identificar o nome e deslocar o olhar para a outra coluna, isto é, há uma correspondência direta e imediata. No caso dos anos finais, supõe-se que essa capacidade já está consolidada e é necessário avançar para tabelas mais complexas, como é o caso dos modelos de dupla entrada. Nesse tipo de tabela, o aspecto fundamental é que a leitura de um dado requer o cruzamento de informações que estão na relação entre linha e coluna.

Ao observar a primeira linha de uma tabela, encontra-se o cabeçalho, que pode ser lido de modo horizontal. Diferentemente, ao ler a primeira coluna, encontra-se os dados/as informações dispostos em uma ordem vertical, o que torna mais difícil sua interpretação e leitura, pois habitualmente os textos estão dispostos em linhas horizontais. Além disso, cada célula de dados corresponde à relação de uma linha com uma coluna, isto é, ela traz em si uma dupla relação que precisa ser resgatada para que se possa significar o dado que, de fato, aquele valor representa. Pode-se analisar essa dupla demanda a partir da tabela abaixo.

Tabela 2 - Notas dos estudantes em Língua Portuguesa e Matemática

		LÍNGUA PORTUGUESA	MATEMÁTICA
Leitura na Vertical	João	7	9
	Maria	6	7
	Pedro	8	6

Em situações didáticas, ao abordar a capacidade de leitura e interpretação de tabelas de dupla entrada, é importante salientar que nem sempre o número na primeira linha da tabela representa o maior valor, pois muitos jovens e adultos têm a crença de que as informações que estão mais no “alto” são as maiores, bem como as que estão mais abaixo seriam as menores. Além disso, outro equívoco corriqueiro é considerar que os dados da esquerda são mais importantes ou maiores que os da direita. Muitas vezes, por estarem habituados a ler tabelas simples, os estudantes fazem correspondências diretas entre o indicador e a primeira coluna, sem se valer dos dados restantes a fim de interpretar todo o contexto.

No que tange aos aspectos cognitivos, a tabela simples mobiliza uma capacidade de identificação, isto é, o estudante precisa observar o contexto e estabelecer uma relação simples e direta entre um elemento e outro. Diferentemente, nas tabelas de dupla entrada, a capacidade cognitiva já envolve uma interpretação conceitual mais elaborada, pois é necessário identificar o dado e estabelecer uma relação com dois indicadores que o definem e o colocam em relação.

Além disso, quando se percebe que os estudantes estão dominando a identificação e interpretação de dados em tabelas que lhes são fornecidas, é importante que realizem o caminho inverso, isto é, que possam ser desafiados a compor suas próprias tabelas. A capacidade de utilizar tabelas para expressar informações e sistematizá-las é um pouco mais complexa do que a leitura, pois demanda um planejamento antecipado de como se deve organizar e compor os dados. É preciso reconhecer o que são propriamente os dados e os indicadores e pensar na melhor forma de estabelecer as linhas e colunas, ou seja, é necessária uma capacidade de projetar antes de iniciar a confecção.

As estratégias didáticas mais interessantes para a composição de tabelas envolvem o fornecimento de textos pequenos com dados que precisam ser reapresentados de maneira mais sistematizada ou de coleta de informações cotidianas que possam ser tabuladas. Junto com a atividade de leitura e identificação, a utilização e confecção de tabelas potencializam a capacidade de interpretação, pois ao fazer e se apropriar dos modos de composição, o estudante vai compreendendo os mecanismos de construção das tabelas.

A Educação de Jovens e Adultos ainda carece de estratégias diferenciadas daquelas do ensino regular. Enquanto com os pequenos as atividades lúdicas e recreativas são excelentes recursos motivacionais, isso pode ser um elemento até mesmo desmotivador com jovens e adultos, que podem se sentir infantilizados. Na EJA, a força está na disposição à reflexão e no desenvolvimento da capacidade de diálogo entre os estudantes. Dessa maneira, o trabalho em grupo é ferramenta pedagógica fundamental, e por meio dela o professor pode problematizar os diferentes modos de pensar e organizar dos estudantes.

Ao se trabalhar com leitura, utilização e elaboração de tabelas, as estratégias de interpretação são muito diversas. Se o professor corrige a ideia do estudante, mesmo que apresentando a forma correta, o jovem ou adulto tende a assumir o ponto de vista da autoridade, sem questionar ou refletir a respeito daquilo que ele mesmo criou. Assim, o desenvolvimento da autonomia, que é um dos maiores objetivos da EJA, fica prejudicado.

Diferentemente, no trabalho em grupo, quando os estudantes estão em troca com seus pares, há um sentimento de horizontalidade nas relações, e eles se permitem questionar uns aos outros para defender seus pontos de vista. Essa discussão, que se articula a um intenso trabalho cognitivo de tentar fazer-se entender e de compreender o outro, é um passo importante no desenvolvimento intelectual e na apropriação de capacidades de interpretação. Ao discutir os modos como lê e interpreta uma tabela, o estudante precisa justificar aquilo que afirma, ou seja, precisa encontrar as razões pelas quais constrói determinada opinião. Essa construção potencializa o ato de interpretar, pois se desdobra sobre os mecanismos de constituição, o que lhe permite compreender, questionar e, até mesmo, criticar a ocorrência das situações ou dos modos pelos quais a tabela foi elaborada.

No que tange à leitura e utilização, é importante que os estudantes possam, também, construir pequenos textos a partir da análise de dados com os quais estão lidando. Como se pode, a partir de um texto, elaborar uma tabela, o caminho inverso também é possível. Pode-se fornecer tabelas a grupos de estudantes, de forma que, coletivamente, discutam sobre elas. Na medida em que o diálogo surge e os diferentes pontos de vista são construídos sobre as informações disponíveis, o professor pode problematizar e desafiar os estudantes a elaborarem conclusões, levando em conta diferentes elementos extraídos. A partir do levantamento desses tópicos, pode-se demandar a escrita de um texto que expresse os dados existentes na tabela, bem como as conclusões que dali podem ser extraídas.

Por fim, consolidadas as capacidades de ler, identificar e utilizar tabelas, o professor pode explorar a resolução de problemas que envolvam essas capacidades. É importante destacar que a principal capacidade vinculada à resolução de problemas é a interpretação. Dessa maneira, apenas ler e identificar dados não são condições suficientes para se enfrentar situações mais sofisticadas, ainda que a leitura e a identificação de dados precisem estar consolidadas para que o professor possa explorar atividades interpretativas mediante a resolução de problemas.

Gráficos

Os gráficos são elementos matemáticos capazes de organizar e apresentar informações. Estão presentes no cotidiano sob diferentes formas e sua leitura adequada pode subsidiar escolhas e tomada de decisões mais conscientes e apropriadas pelos estudantes. O aspecto visual é bastante motivador, ainda que possa gerar alguma dificuldade na leitura das informações. Cabe salientar que, em trabalhos e exercícios escolares, muitas vezes os gráficos são apresentados de forma incompleta. Eles precisam ter um título, a identificação dos eixos e a legenda dos elementos que os constituem. Equivocadamente, muitos desses subsídios são negligenciados em favor da representação gráfica e estética dos dados brutos, o que ocasiona dificuldades na identificação e compreensão das informações.

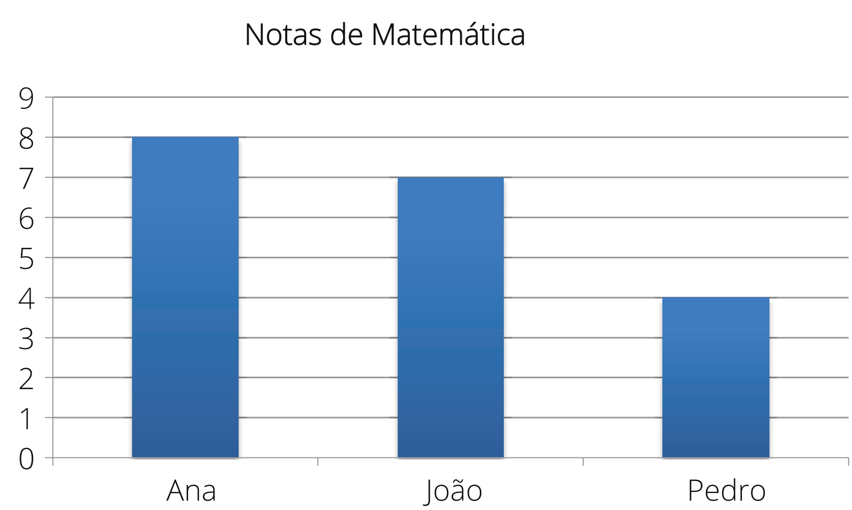
Para introduzir o assunto, o professor pode utilizar um gráfico existente em uma notícia de jornal ou outro suporte textual do cotidiano dos estudantes. Ele pode destacar os elementos e evidenciar o quanto eles são fundamentais para o entendimento daquilo que se quer comunicar. A partir dessa introdução, pode-se fornecer diferentes gráficos, a fim de que os estudantes identifiquem valores e informações. O trabalho em grupo aqui pode ser, novamente, uma estratégia bastante eficiente, pois a troca de ideias favorece o desenvolvimento das capacidades de identificação e leitura.

Além disso, os gráficos podem ser de diferentes tipos. Na EJA ensino fundamental - Fase II, os gráficos são trabalhados, mas apenas os modelos de barra, pois as capacidades envolvidas nesse tipo de representação são mais adequadas para os estudantes, que já observam esse tipo de representação em diversos meios de comunicação, por exemplo, mas iniciam o trabalho com esses elementos na escola. Na EJA ensino fundamental - Fase II, cabe ampliar o repertório de leitura para exemplos mais sofisticados. O primeiro tipo diferenciado a se introduzir são os gráficos setoriais ou, como são mais comumente conhecidos, “em forma de pizza”. A leitura da parcela de cada elemento é dada pela posição angular na circunferência, o que pode ocasionar uma dificuldade adicional quando comparada à leitura dos gráficos de barra. Além desses modelos, outro gráfico apropriado para a EJA ensino fundamental - Fase II é o de linhas, no qual é possível sistematizar uma evolução dos dados em função de um dos eixos.

Uma vez que o grupo de estudantes esteja familiarizado com os diferentes tipos de gráficos e possuam um repertório variado de leitura e interpretação, cabe avançar um pouco mais em direção a uma capacidade mais complexa, que é a construção de gráficos. Assim como nas tabelas, a confecção de um gráfico demanda planejamento anterior, o que proporciona uma dificuldade cognitiva adicional. Todavia, os gráficos se diferenciam porque possuem diferentes tipos, e saber escolher qual deles utilizar é fundamental para que se possa transmitir e organizar as informações da melhor maneira.

Em situações didáticas, antes de começar a fazer o gráfico ou recolher e sistematizar informações, é fundamental que o professor problematize o tipo de mensagem que se quer transmitir. Caso se queira evidenciar o diferente desempenho entre alguns itens, o gráfico de barras torna-se o mais adequado, pois permite destacar as diferentes relações que surgem no evento que se aborda, e sua disposição favorece a interpretação. Observe a figura a seguir.

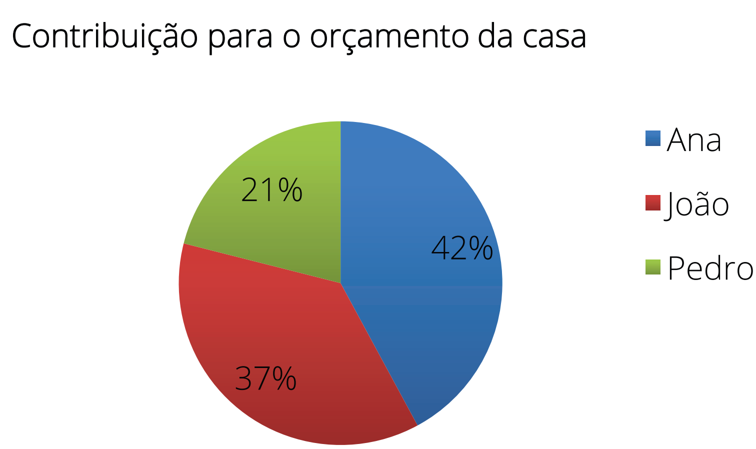
Figura 1 - Gráfico de barras para evidenciar comparações entre diferentes elementos



No gráfico de barras, é possível ver as notas de Ana, João e Pedro em Matemática. Esse modelo valoriza o desempenho individual e destaca a comparação que se pode fazer entre esses três estudantes. A nota de cada um não é influenciada pela nota dos demais, apenas pelo próprio rendimento. Assim, o gráfico se presta a comparar valores que estão isolados uns dos outros e cuja diferença se quer destacar. Os erros mais usuais são considerar que sempre o maior valor é o da esquerda ou, ainda, construir interpretações, por exemplo, de que a nota de João é maior que a de Pedro e, então, por consequência, é a maior de todas, isto é, o sujeito desconsidera os outros elementos para além do par analisado.

Diferentemente, se o gráfico quer tratar de um montante que é divido entre os itens, o modelo de barras não é a melhor opção, pois o objetivo é ver como uma totalidade está distribuída e não comparar elementos isolados. Nesse caso, o tipo em forma circular ou de setor é o mais adequado. Além de permitir evidenciar que há uma totalidade, dada pela forma de círculo, este modelo é capaz de ilustrar o quanto cada um dos elementos possui ou representa em relação ao valor total. Por exemplo, João, Ana e Pedro são três amigos que moram juntos e dividem as despesas. Cada um deles contribui com um percentual dos custos do aluguel e da alimentação. O gráfico abaixo representa como essas despesas estão divididas.

Figura 2 - Gráfico de pizza para evidenciar comparações entre elementos que compõem uma totalidade

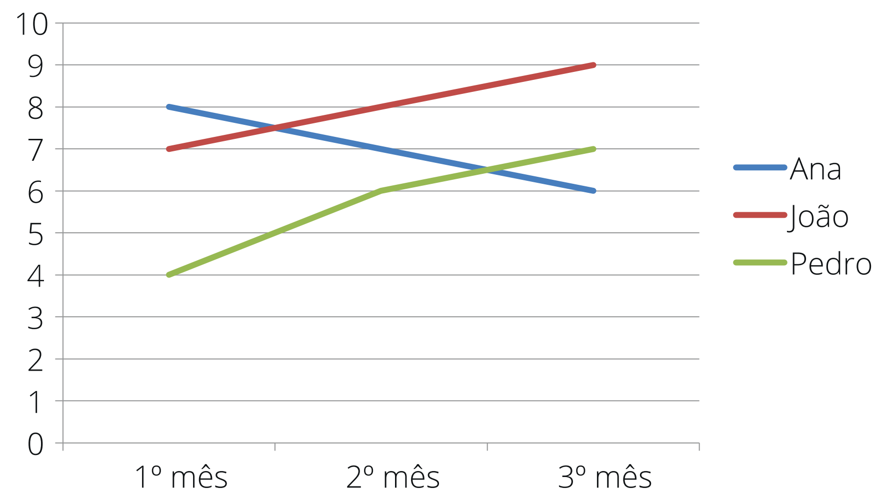


No caso desse exemplo, há uma totalidade, que são os custos da casa. O gráfico quer evidenciar com quanto cada um contribui dentro desse contexto. Assim, a representação por setores se configura como a melhor maneira, pois destaca o valor total e a parte com que cada um contribui, o que favorece a interpretação, bem como destaca a interdependência entre os valores que o compõem. Caso um dos moradores pague menos do que deveria, então alguém terá de suprir a diferença, pois a totalidade não se altera em função da mudança entre os itens de sua composição.

É interessante notar que uma dificuldade usual dos estudantes é perceber a quanto se refere cada setor ou fatia da pizza. A quantificação se dá pelo valor angular que cada parte ocupa na circunferência. Muitos modelos apresentam os dados apenas, sem especificar a importância dos componentes. No exemplo anterior, optou-se por indicar, dentro do gráfico, o valor a que cada setor se refere. Isso facilita a leitura de um gráfico circular, cujo modelo sem indicação dificulta a precisão do valor das parcelas.

Ao se analisar as informações que se quer sistematizar, pode-se verificar um fator temporal na evolução dos dados. Nesse sentido, os gráficos de barras e de setores não permitem acompanhar as diferentes variações que um dado pode ter ao longo do tempo. Os modelos mais indicados são os chamados gráficos de linha. O exemplo a seguir mostra a evolução das notas de três estudantes ao longo de três meses.

Figura 3 - Gráfico de linhas para evidenciar comparações nas quais existe um fator temporal



No exemplo dado, a partir do fator temporal que essa modalidade destaca, é possível fazer interpretações bastante complexas. Pode-se analisar o desempenho individual e perceber que Ana tem decaído em suas notas e que João e Pedro estão em ascensão. Além disso, pode-se ter uma noção do coletivo, bem como fazer uma análise em cada uma das frações de tempo, isto é, interpretando os meses individualmente. Sendo mais rico e robusto, esse tipo de gráfico exige uma capacidade de leitura e interpretação mais sofisticada, apresentando-se como um desafio para os estudantes.

Sob outro ponto de vista, quanto aos conteúdos, os gráficos são excelentes ferramentas para abordar temáticas sociais e econômicas, discutir assuntos cotidianos e políticos que possam fazer o estudante perceber-se enquanto cidadão e consumidor de uma informação que sempre merece análise crítica. Um dos casos habituais que se pode perceber no cotidiano é quando gráficos são utilizados durante as eleições para expressar as intenções de voto. Muitas pessoas têm dificuldade de interpretar as estimativas, compreender que se tratam de números percentuais e não de valores absolutos. Além disso, usualmente são empregados gráficos de linha para mostrar a evolução dos candidatos ao longo do tempo, o que requer uma leitura de vários dados de modo simultâneo a fim de se compreender o desempenho ascendente ou descendente de cada candidato. Dessa forma, essas mesmas situações cotidianas com as quais os estudantes se deparam e em relação as quais revelam dificuldades, podem se tornar importantes conteúdos a serem desenvolvidos com o uso de gráficos.

No caso da EJA, as interações dos conteúdos com as vivências diárias parece ser o grande elemento motivacional. Assim, trabalhar os gráficos a partir dos orçamentos familiares e dos custos dos produtos é uma abordagem bastante interessante. Os estudantes podem classificar suas despesas, a fim de verificar o quanto gastam com categorias tais como transporte, alimentação, vestuário, lazer e, desse modo, concluir como podem organizar melhor seus orçamentos domésticos. Podem, também, acompanhar por determinado tempo os preços de alguns produtos e criar gráficos de linha para mostrar o aumento ou a diminuição dos preços. Essas abordagens possuem alto caráter motivacional e capturam o interesse dos estudantes nas atividades. Além disso, potencializam a capacidade interpretativa, já que se desdobram sobre assuntos que os estudantes precisam manejar diariamente, e vislumbram uma possibilidade de melhor viver e interpretar o mundo a partir dos conhecimentos que adquirirem.

Permutações, arranjos e combinações na Educação de Jovens e Adultos - Ensino Médio

Na Educação de Jovens e Adultos (EJA) os conteúdos precisam ter forte vinculação com as atividades cotidianas e serem potencialmente significativos para os estudantes.

Dentro do domínio Números e Álgebra, as capacidades que envolvem a análise combinatória são consideradas muito difíceis. Os conteúdos mais abordados nesta etapa de escolaridade, são aqueles referentes à permutações simples, arranjos simples e combinações simples. Em geral, o nível de abstração para compreensão das situações e de domínio das técnicas dos cálculos relacionados a este conteúdo são bastante altas. Todavia, ainda assim, é possível repensar o ensino desse conhecimento para além da probabilidade clássica e dos exercícios repetitivos para fixação de fórmulas e técnicas.

Evidente que o cálculo da permutação, do arranjo e da combinação pode ser realizado com a ajuda de um algoritmo, o que agiliza as formas de se atingir o resultado. Entretanto, a equação geral é um recurso para quem já compreende o processo e os significados envolvidos, de maneira que precise, apenas, dinamizar as formas de resolver os cálculos a fim de dirigir o foco de atenção para a interpretação. Estudantes que estão no processo de aquisição desse conhecimento precisam vivenciar, deste modo, uma experiência significativa para que possam estabelecer relações e construir estratégias pessoais de resolução de problemas que envolvem esses recursos probabilísticos.

A fórmula é uma relação geral que surge da universalização de uma regra que pode ser aplicada a todos os casos. A História da Matemática mostra que, a partir da observação de diversos casos e da similaridade entre eles, os matemáticos puderam criar equações que os auxiliassem a compreender as situações. Dessa maneira, a fórmula é o ponto de chegada das atividades, isto é, quando o estudante se encontra capaz de interpretar e compreender os problemas relacionados àquele conteúdo. De modo equivocado, usualmente, a escola introduz o conteúdo de análise combinatória pela equação geral. Ao restringir-se à aprendizagem de técnicas de cálculo, o ensino desse conhecimento parece sem significado e distante das necessidades dos estudantes, pois não há um processo de desenvolvimento cognitivo do conceito antes da introdução do cálculo.

Assim, entende-se que é possível, a partir de situações cotidianas dos alunos, desenvolver atividades envolvendo noções diversas de combinatória. Pode-se, dessa maneira, construir um modo de pensar sobre essas capacidades, para só então se ensinar as fórmulas e equações que, por um lado, podem facilitar a resolução de problemas, enquanto que, por outro, seu ensino precoce pode inibir a reflexão.

Vejamos o conteúdo sobre Permutação Simples.

A permutação é o conjunto de variações, sem repetição dos itens, que se pode ter entre um grupo de elementos. Por exemplo: Quantas permutações podem ser feitas com os numerais 1, 2 e 3? É possível ter as variantes: (a) 1, 2, 3; ou (b) 1, 3, 2 ou (c) 2, 1, 3; ou (d) 2, 3, 1; ou (e) 3, 1, 2 e, finalmente (f) 3, 2, 1. A partir, então, de três elementos distintos foi possível estabelecer seis permutações diferentes. Qualquer outra combinação não seria diferente dessas apresentadas. Ao pensar em um conjunto de letras, tais como A e F, tem-se como permutações possíveis: AF e FA, ou seja, apenas duas possibilidades. Todavia, se houver cinco estudantes em uma fila, quantas permutações diferentes pode se obter?

Dessa forma, é possível observar que o acréscimo de diferentes elementos em um conjunto aumenta o número de permutações existentes. Esse é o primeiro fundamento a ser trabalhado com os estudantes. Além disso, todos os recursos matemáticos para trabalhar análise combinatória estão baseados em um princípio multiplicativo e não aditivo, isto é, ao se adicionar mais elementos em um conjunto, as permutações possíveis não aumentam de modo linear, mas exponencialmente. Ao retomar o conjunto de letras A e F e acrescentar mais um elemento, a letra M, por exemplo, o número de permutações não aumenta em +1, mas triplica, em função do princípio multiplicativo. Se com dois elementos se tinha apenas duas combinações, agora com três, o número de permutações eleva-se para seis (AFM, AMF, FMA, FAM, MFA, MAF). Igualmente, ao se pensar o conjunto anterior de numerais 1, 2 e 3, ao acrescentar o 4, as permutações elevam-se de 6 para 24, seguindo o mesmo princípio.

Assim, é importante que, quando os estudantes tiverem os primeiros contatos com o domínio, possam desenvolver a experiência de realizar essas diferentes permutações a mão, isto é, tentando montar diferentes ajustes até que se esgotem as possibilidades. A partir dessas ações o professor pode ir problematizando o que está acontecendo com o número de possibilidades, quando da inserção de novos elementos. Dessa maneira, os alunos podem entender que há alguma regularidade, mesmo que ainda não possam dizer como ela se estrutura. Após, pode-se chamar atenção que esse aumento de variações não está em proporção idêntica ao crescimento dos elementos do conjunto, levando os estudantes a refletirem sobre a ineficiência de um princípio de acréscimo linear para determinar as diferentes possiblidades.

Desenvolvidas essas duas compreensões iniciais, então, pode-se abordar a relação que existe na permutação, isto é, as permutas possíveis são determinadas pelo fatorial do número de elementos. Um conjunto composto de cinco elementos, como a fila de alunos que anteriormente foi mencionada, terá permutações que podem ser calculadas através da fatoração de 5, ou seja 5! = 5. 4. 3. 2. 1 = 120. Assim, descobre-se que o número de permutações é de 120, o que se tornaria difícil de precisar por um processo manual de acertos de diferentes elementos do conjunto. Todavia, para que isso faça algum sentido, este procedimento de fatoração deve ser ensinado depois de desenvolvidos os fundamentos elementares do princípio de multiplicação e do aumento exponencial de permutas.

Para o trabalho com arranjo simples, temos algumas semelhanças e diferenças em relação ao trabalho com permutação, sendo esses uns dos pontos a serem debatidos e analisados com os alunos. Quando usar cada um desses modelos nas determinadas situações propostas?

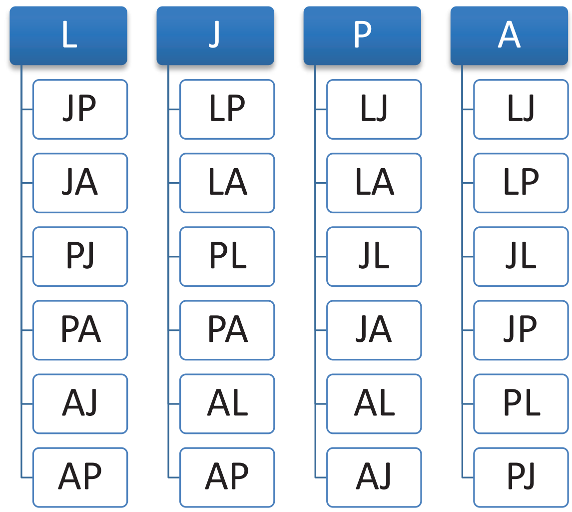
O arranjo é uma forma de combinação entre diferentes elementos de um conjunto cuja variação ocorre entre alguns dos componentes do grupo. Por exemplo, tendo os numerais 1, 2 e 3, quais os diferentes arranjos que se pode ter agrupando-os aos pares? Pode-se obter as duplas 1 e 2; 1 e 3; 2 e 1; 2 e 3; 3 e 1 e, finalmente, 3 e 2. Assim, tem-se seis arranjos possíveis ao fazer o agrupamento de um conjunto de três elementos em pares. Novamente, é importante salientar que, para a compreensão das propriedades conceituais dos arranjos simples, o estudante precisa realizar atividades nas quais possa organizar elementos sem o uso, ainda, da fórmula ou da técnica. Após perceber as regularidades existentes na relação entre o número de elementos do conjunto e dos arranjos dispostos é que a expressão algébrica referente pode ser introduzida como uma forma de facilitar os procedimentos.

Inicialmente, podem ser trabalhados problemas que demonstrem os fundamentos do arranjo simples e que evidenciem o princípio multiplicativo que sustenta essa ferramenta da combinatória. Por exemplo, em uma corrida de rua participam seis atletas. Quantos pódios com 3 vencedores podem ser elaborados nessa competição? Nesse caso, temos 6 elementos no conjunto organizados em arranjos de 3, todavia, diferentemente, a ordem dos elementos é importante, mas não a repetição, pois uma vez que um atleta atinge o 1º lugar, ele não pode também ficar em 2º lugar. Em termos matemáticos pode-se dizer que o número de possibilidades de um atleta ficar em 1º lugar é de seis para um. Todavia, para alguém ficar em 2º lugar a probabilidade passa a ser cinco para um, haja vista que para a existência de um indivíduo nesta posição houve outro que ficou em primeiro. Consequentemente, para o 3º lugar o número de possíveis competidores torna-se 4, sendo que as combinações possíveis então são o produto entre 6, 5 e 4, isto é, 120 combinações diferentes. Pode-se, através do raciocínio e do emprego do princípio multiplicativo, calcular o número de possibilidades sem fazer uso de fórmulas ou algoritmos.

Uma estratégia didática bastante interessante, também, nesse contexto, é a construção manual de árvores de possibilidades. Por exemplo, Marcos era pai de quatro crianças: Leonardo, João, Patrícia e Ana. Ele precisava inventar uma senha para sua conta bancária com três letras. Ele escolheu fazer isso com as iniciais das letras dos filhos. Todavia, o banco informou que a senha não poderia ter nenhuma letra repetida. Quantas opções diferentes de senha o pai das crianças tem?

O modo para construir a árvore de possibilidades evidencia passo-a-passo o processo de combinatória. O professor pode ensinar que o sujeito distribui na primeira hierárquica os elementos que fazem parte dos conjuntos. Depois vai construindo na vertical outras variações na qual aquele primeiro elemento se conserva, mas há variações do segundo, depois fazendo com que varie o terceiro, o que resulta em uma lista com todas as combinações possíveis. A figura a seguir ilustra como seria uma árvore de possibilidades para o caso citado anteriormente.

Figura 1 - Árvore de possibilidades para arranjo de 4 letras formando conjuntos de 3.



Feita essa árvore de possibilidades, o professor pode problematizar as regularidades existentes entre os elementos do conjunto e o número de arranjos possíveis. Depois de estabelecida a relação de que nesse conjunto de quatro elementos pode-se ter 24 arranjos diferentes, pode-se salientar o princípio multiplicativo que subsiste nessas combinações para então abordar a relação de fatoração que existe entre 4 (número de elementos dos conjuntos) e 3 (índice do arranjo). Assim, 4! e 3! representam uma regularidade que pode ser expressa por $A_n = \frac{n!}{(n-p)!}$, onde n representa o número de elementos do conjunto e p a variação que se quer arranjar entre os elementos. Assim no conjuntos das letras L, J, P e A para arranjos de 3 em 3, temos n = 4 e p = 3, do que se deriva $A_{4,3} = \frac{4!}{(4-3)!}$, que resulta em 24 arranjos possíveis.

Esse trabalho, diferencia-se, portanto, da Combinação Simples.

As combinações diferenciam-se dos arranjos e das permutações devido ao fato de que a ordem dos elementos é irrelevante. Caso se queira calcular quais as variações possíveis para que João, Maria, Pedro e Ana possam ocupar os três primeiros lugares de um pódio, então a ordem dos elementos é importante e o arranjo é a melhor ferramenta para se obter o número de possibilidades. Todavia, caso a situação seja escolher quais as variações possíveis dentre estes estudantes para comporem grupos de três alunos, então o conjunto formado por João, Maria e Ana é o mesmo do que aquele formado por Maria, Ana e João, ou seja, a ordem não é fator relevante e o arranjo não se mostra como o instrumento mais adequado para calcular variações possíveis entre esses elementos. Nesse caso a combinação simples permite evidenciar o total de variações.

Um exemplo corriqueiro é aquele no qual se vai a um restaurante comer um sanduíche. O garçom serve o pão e diz que se pode escolher três recheios dentre os quatro existentes. É possível optar entre queijo (Q), presunto (P), salame (S) e ovo (O). Nessas condições, quantas alternativas de diferentes recheios de sanduíches existem? Evidente que um lanche de queijo, presunto e ovo é o mesmo do que aquele feito de ovo, presunto e queijo. Assim, não se trata de um arranjo, mas de uma combinação, pois a ordem de disposição dos elementos não oferece diferença.

Do ponto de vista didático, antes de introduzir a equação geral para o cálculo de combinações simples, é importante construir todo processo cognitivo junto com o estudante. Podemos, assim, utilizar exemplo presente no livro didático, trabalhando-os de forma investigativa ou podemos fazer ainda melhor, apresentando exemplos com situações que eles devem compreender dentro ou fora da escola. Uma das melhores maneiras de trabalhar é desenvolver, novamente, a árvore de possibilidades. Todavia, as características das combinações demandam um pouco mais de trabalho.

Figura 2 - Árvore de possibilidades a partir de sabores de sanduíches.

A figura anterior mostra a árvore de possibilidades com o arranjo entre os diferentes sabores dos sanduíches. Todavia, a ordem em que se dispõe as escolhas não é um fator importante, por isso, algumas das variações geradas devem ser eliminadas a fim de extinguir as repetições. Como fazer isso? Através de uma análise coluna por coluna. Na coluna do recheio ovo, pega-se a primeira opção, que é o complemento de presunto e salame. Segue-se na mesma coluna e procura-se por este mesmo par. Há a combinação salame e presunto, que é, de fato, a mesma. Então, deve-se riscá-la da árvore. Será feito o mesmo com a opção da segunda linha, até se perceber que as repetições vão diminuindo e não existem mais. Tal procedimento se repete nas outras colunas.

Figura 3 - Árvore de possibilidades dos sabores de sanduíches com eliminação das repetições

Feitas essas eliminações pode-se observar que se tem 12 combinações resultantes e diferentes entre si, ou seja, neste restaurante este é o número de possibilidades para comer um sanduíche. No contexto da sala, depois de realizada essa atividade, o professor pode explorar com o aluno a regularidade das eliminações na árvore de possibilidades: Por que as duas primeiras linhas não tiveram nenhum item eliminado? Por que as duas últimas foram completamente descartadas? Notar essas situações e compreende-las é muito importante para o desenvolvimento do pensamento combinatório e para significar as diferenças entre a permutação, o arranjo e a combinação.

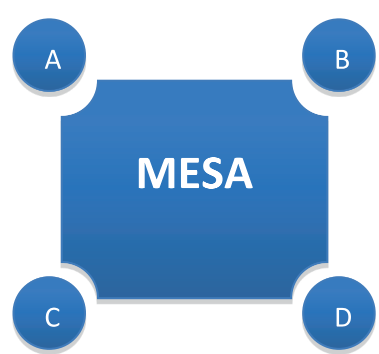
Após o desenvolvimento de todo o processo de raciocínio e construção da combinação simples, o professor pode problematizar como isso pode ser expresso de modo mais geral, procurando formas que representem as diversas possibilidades de combinação. A partir desse momento a fórmula torna-se elemento necessário e importante no contexto da atividade. Além disso, é recheada de significado, haja vista que houve toda a construção cognitiva que a precede e sua função, agora, adquire outra relevância para além de se obter o resultado, mas no sentido de tornar mais ágil e rápido um trabalho do qual já houve apropriação conceitual. Assim, a fórmula da combinação simples, que é $C_{n,\,p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$. Feita essa introdução, pode-se desenvolver o domínio da técnica e do algoritmo de resolução através de exercícios.

Diferenças entre permutações, arranjos e combinações

Quando as diferentes ferramentas da análise combinatória são apresentadas aos estudantes, mais do que aprender a usá-las ou efetuar os cálculos, é fundamental reconhecer qual delas deve ser utilizada. Trata-se de uma das maiores dificuldades dos alunos. Nesse sentido, é importante destacar as diferenças existentes entre uma permutação, um arranjo e uma combinação. A capacidade de reconhecer qual tipo de ferramenta da análise combinatória pode ser usada é fundamental, pois somente assim o estudante pode mobilizar o recurso adequado na hora de resolver um problema. Caso não possua essa capacidade, o professor pode se deparar com perguntas do tipo: Agora qual deles que eu uso? Esse fato evidencia que o conhecimento não está ainda consolidado, pois o aluno não adquiriu a capacidade de reconhecer qual instrumento precisa utilizar para atingir o resultado.

A ilustração a seguir procura esclarecer as diferenças através de exemplos. É importante que o professor aborde as diferentes possibilidades de recursos matemático da análise combinatória em uma mesma situação. Por exemplo, existem cinco estudantes: Leonardo, Milena, João, Lívia e Patrícia. Eles estão preparando-se para ocupar os assentos em uma mesa de uma sala de aula conforme a figura a seguir:

Figura 4 - Diferença entre permutação, arranjo e combinação em uma mesa.



A análise mostra que apenas parte dos elementos do conjunto estará presente nas variações possíveis. Isso, imediatamente, já descarta a possibilidade de termos uma permutação, pois seria necessário que se tivesse cinco lugares na mesa ou apenas quatro alunos, isto é, o número de elementos deveria ser idêntico ao número de itens nas variações. Além disso, nesse caso, a ordem na qual os estudantes ocupam os acentos pode variar. Se Leonardo sentar na cadeira A, Milena em B, João em C e Patrícia em D, tem-se maneiras diferentes do mesmo grupo se organizar. Assim, a combinação não é a ferramenta mais adequada já que ela é indicada para situações não ordenadas. Resta destacar que é uma situação na qual o arranjo é o melhor recurso para descobrir as variações possíveis. Pode ser facilmente calculado por $A_{5,4} = \frac{5!}{(5-4)!} = 120$.

Diferentemente, se houvessem apenas quatro estudantes, ter-se-ía então uma permutação, cujo cálculo corresponde a P = 4!, que resulta em 24. Caso permanecessem os cinco estudantes, mas não houvessem lugares marcados, então deixaria de importar o local onde as pessoas sentam e dessa maneira, as repetições seriam eliminadas, isto é, a mesa formada por Milena, João, Patrícia e Lívia, seria a mesmo do que a de Lívia, João, Patrícia e Milena. Não havendo essa diferença, então a combinação seria a melhor opção e se poderia escrever $C_{5,\,4} = \frac{5!}{4!(5-4)!} = 5$ combinações possíveis.

Cabe salientar que todas essas ideias podem ser desenvolvidas sem recorrer para o cálculo, com base apenas no raciocínio e no desenvolvimento da compreensão sobre as propriedades combinatórias dos elementos. O cálculo formaliza o pensamento, por isso é a última etapa do processo de ensino haja vista que seu ensino precoce pode, até mesmo, impedir o desenvolvimento do raciocínio do aluno.

Níveis de desempenho e seus itens

Nesta seção, são descritos os conhecimentos relativos aos níveis de desempenho das etapas da EJA avaliadas em Matemática no **SAEP 2018** – EJA ensino fundamental - Fase II e EJA ensino médio. Esses níveis estão agrupados por padrão de desempenho estudantil e vêm acompanhados por exemplos de itens. Dessa forma, é possível observar em que padrão de desempenho a escola, a turma e o estudante estão alocados e, a partir dessa informação, verificar quais são os conhecimentos já desenvolvidos e os que ainda precisam de atenção.

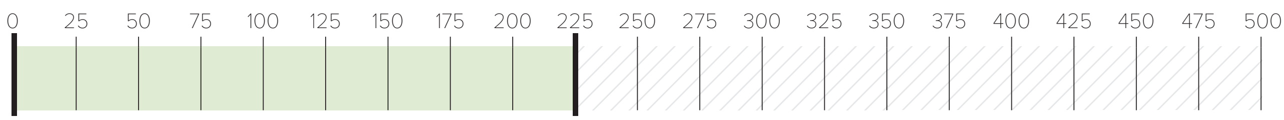
Vale lembrar que os conhecimentos agrupados nos padrões de desempenho estudantil não esgotam tudo aquilo que os estudantes desenvolveram e são capazes de fazer. É importante destacar que os conhecimentos avaliados são aqueles considerados essenciais em cada etapa de escolaridade e possíveis de serem avaliados em um teste de múltipla escolha.

Cabe aos professores, por meio de instrumentos de observação e registros utilizados em sua prática cotidiana, identificar outras características apresentadas por seus alunos não contempladas nos padrões. Isso porque, a despeito dos traços comuns àqueles que se encontram em um mesmo intervalo de proficiência, há diferenças individuais que precisam ser consideradas para a reorientação da prática pedagógica.

EJA do ensino fundamental - Fase II

Abaixo do básico

ATÉ 225 PONTOS

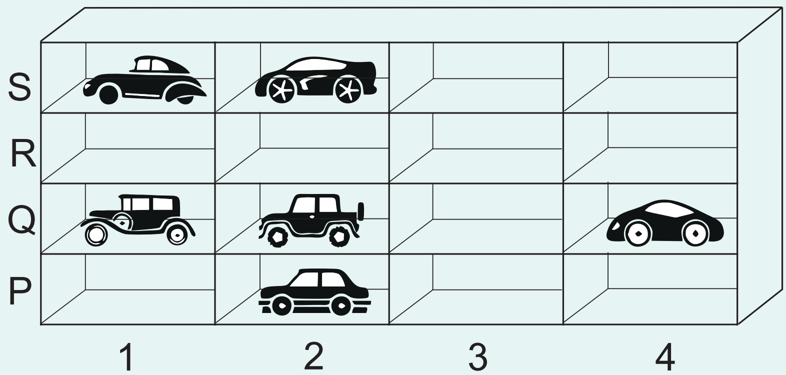


NÍVEL 1 . ATÉ 225 PONTOS

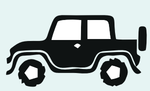
- Determinar a área de figuras desenhadas em malhas quadriculadas por meio de contagem.
- Localizar um ponto ou objeto em uma malha quadriculada ou croqui, a partir de duas coordenadas ou referências, ou vice-versa.
- Associar figuras geométricas elementares (quadrado, triângulo e círculo) a seus respectivos nomes.
- Reconhecer retângulos e quadrados em meio a outros quadriláteros.
- Corresponder a planificação de uma pirâmide ao sólido que a representa.
- Reconhecer, entre um conjunto de polígonos, aquele que possui o maior número de ângulos.
- Converter uma quantia, dada na ordem das unidades de real, em seu equivalente em moedas.
- Determinar o total de uma quantia a partir da quantidade de moedas de 25 e/ou 50 centavos que a compõe, ou vice-versa.
- Determinar o horário final de um evento, a partir de seu horário de início, e de um intervalo de tempo dado, todos no formato de horas inteiras.
- Determinar a duração de um evento cujos horários inicial e final acontecem em minutos diferentes de uma mesma hora dada.
- Converter uma hora em minutos.
- Converter mais de uma semana inteira em dias.
- Interpretar horas em relógios de ponteiros.
- Corresponder pontos dados em uma reta numérica, graduada de 2 em 2 ou de 5 em 5 unidades, ao número natural composto por até 3 algarismos que eles representam.

- Localizar um número em uma reta numérica graduada em que estão expressos números naturais consecutivos e uma subdivisão equivalente à metade do intervalo entre eles.
- Determinar os termos desconhecidos em uma sequência numérica de múltiplos de cinco.
- Resolver problemas do cotidiano envolvendo adição de pequenas quantias de dinheiro.
- Reconhecer o princípio do valor posicional do Sistema de Numeração Decimal.
- Reconhecer uma fração como representação da relação parte-todo, com o apoio de um conjunto de até cinco figuras.
- Associar um número natural à sua decomposição expressa por extenso.
- Associar a fração $\frac{1}{4}$ a uma de suas representações gráficas.
- Reconhecer o maior ou o menor número em uma coleção de números racionais, representados na forma decimal.
- Determinar o resultado da subtração de números racionais representados na forma decimal, tendo como contexto o Sistema Monetário Nacional.
- Determinar a adição, com reserva, de até três números naturais com até quatro ordens.
- Resolver problemas simples utilizando a soma de dois números racionais em sua representação decimal, formados por 1 algarismo na parte inteira e 1 algarismo na parte decimal.
- Determinar a subtração de números naturais usando a noção de completar.
- Utilizar a multiplicação de 2 números naturais, com multiplicador formado por 1 algarismo e multiplicando formado por até 3 algarismos, com até 2 reagrupamentos, na resolução de problemas do campo multiplicativo envolvendo a ideia de soma de parcelas iguais.
- Determinar o resultado da multiplicação de números naturais por valores do Sistema Monetário Nacional, expressos em números de até duas ordens, e posterior adição.
- Determinar a divisão exata de número formados por 2 algarismos por números de 1 algarismo.
- Associar a metade de um total ao seu equivalente em porcentagem.
- Interpretar dados apresentados em tabela e gráfico de colunas.
- Localizar dados em tabelas de múltiplas entradas.
- Reconhecer informações em um gráfico de colunas duplas.

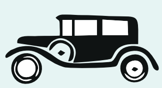
(M090282H6) No quarto de Fernando tem uma estante de nichos para carrinhos, onde cada nicho pode ser localizado por uma linha e uma coluna conforme o desenho abaixo.

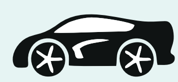


Arrumando essa estante, Fernando colocou seu carrinho favorito no nicho cuja posição é 2Q. Qual é o carrinho favorito de Fernando?

A) 

B) 

C) 

D) 

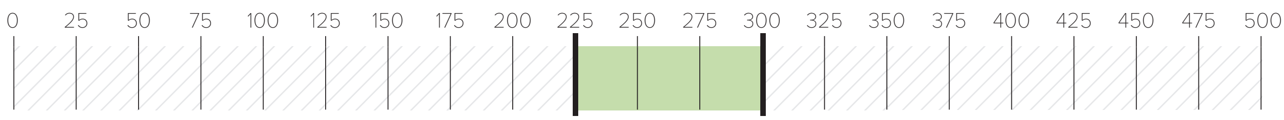
Esse item avalia o conhecimento dos estudantes identificarem um objeto em uma representação gráfica a partir de suas coordenadas de linha e de coluna.

Os estudantes que assinalaram a alternativa A, possivelmente, desenvolveram o conhecimento avaliado.

EJA do ensino fundamental - Fase II

Básico

DE 225 A 300 PONTOS



NÍVEL 2 . DE 225 A 250 PONTOS

- Localizar um ponto entre outros dois fixados, apresentados em uma figura composta por vários outros pontos.
- Reconhecer a planificação de um cubo entre um conjunto de planificações apresentadas.
- Determinar a área de um terreno retangular representado em uma malha quadriculada.
- Determinar o horário final de um evento, a partir do horário de início, dado em horas e minutos, e de um intervalo dado em quantidade de minutos superior a uma hora.
- Resolver problemas envolvendo conversão entre litro e mililitro.
- Converter mais de uma hora inteira em minutos.
- Converter uma quantia dada em moedas de 5, 25 e 50 centavos e 1 real em cédulas de real.
- Estimar a altura de um determinado objeto com referência aos dados fornecidos por uma régua graduada em centímetros.
- Localizar um número em uma reta numérica graduada em que estão expressos o primeiro e o último número representando um intervalo de tempo de dez anos, com dez subdivisões entre eles.
- Localizar um número racional dado em sua forma decimal em uma reta numérica graduada em que estão expressos diversos números naturais consecutivos, com dez subdivisões entre eles.
- Reconhecer o valor posicional do algarismo localizado na 4ª ordem de um número natural.

- Reconhecer uma fração como representação da relação parte-todo, com apoio de um polígono dividido em oito partes ou mais.

- Associar um número natural às suas ordens, ou vice-versa.

- Determinar uma fração irredutível, equivalente a uma fração dada, a partir da simplificação por três.

- Reconhecer a fração que corresponde à relação parte-todo entre uma figura e suas partes hachuradas.

- Associar um número racional que representa uma quantia monetária, escrito por extenso, à sua representação decimal.

- Resolver problemas envolvendo a análise do algoritmo da adição de dois números naturais.

- Determinar o resultado da subtração, com recursos à ordem superior, entre números naturais de até cinco ordens, utilizando as ideias de retirar e comparar.

- Determinar o resultado da multiplicação de um número inteiro por um número representado na forma decimal, em contexto envolvendo o sistema monetário.

- Resolver problemas que envolvam a metade e o triplo de números naturais.

- Determinar o resultado da multiplicação de um número natural de um algarismo por outro de dois algarismos, em contexto de soma de parcelas iguais.

- Determinar o resultado da divisão de números naturais formados por 3 algarismos, por um número de uma ordem, usando noção de agrupamento.

- Resolver problemas envolvendo adição, subtração e ou multiplicação de valores do Sistema Monetário Nacional.

- Determinar a divisão exata de uma quantia monetária formada por 3 algarismos na parte inteira e 2 algarismos na parte decimal, por um número natural formado por 1 algarismo, com 2 divisões parciais não exatas, na resolução de problemas com a ideia de partilha.

- Interpretar dados apresentados em um gráfico de linha simples.

- Associar dados apresentados em gráfico de colunas a uma tabela.

(M070267E4) Eduardo saiu de casa para comprar roupas e levou consigo 5 notas de R$ 20,00. Ele gastou R$ 33,50 na compra de uma camisa e R$ 42,20 na compra de uma calça.
Com quantos reais Eduardo ficou após fazer essas compras?

A) R$ 24,30
B) R$ 35,30
C) R$ 57,80
D) R$ 66,50

Esse item avalia o conhecimento dos estudantes resolverem problemas envolvendo multiplicação e subtração de números racionais, com representação decimal, no contexto do Sistema Monetário Nacional.

Os estudantes que assinalaram a alternativa A, provavelmente, desenvolveram o conhecimento avaliado.

EJA do ensino fundamental - Fase II

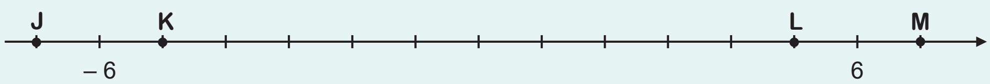
Básico

NÍVEL 3 . DE 250 A 275 PONTOS

- Reconhecer polígonos presentes em um mosaico composto por diversas formas geométricas.
- Reconhecer o ângulo de giro que representa a mudança de direção na movimentação de pessoas/ objetos.
- Reconhecer a planificação de um sólido simples, dado através de um desenho em perspectiva.
- Localizar um objeto em representação gráfica do tipo planta baixa, utilizando dois critérios: estar mais longe de um referencial e mais perto de outro.
- Determinar a duração de um evento a partir dos horários de início, informado em horas e minutos, e de término, também informado em horas e minutos, sem coincidência nas horas ou nos minutos dos dois horários informados.
- Converter a duração de um intervalo de tempo, dado em horas e minutos, para minutos e, dado em anos e meses, para meses.
- Resolver problemas envolvendo intervalos de tempo em meses, inclusive passando pelo fim do ano (outubro a janeiro).
- Reconhecer que, entre quatro ladrilhos apresentados, quanto maior o ladrilho, menor a quantidade necessária para cobrir uma dada região.
- Reconhecer o m^2 como unidade de medida de área.
- Determinar porcentagens simples (25%, 50% e 100%).
- Resolver problemas que envolvam a composição e a decomposição polinomial de números naturais de até cinco ordens.
- Associar números naturais à quantidade de agrupamentos de 1 000.
- Associar a metade de um total a algum equivalente, apresentado como fração ou porcentagem.

- Reconhecer uma fração como representação da relação parte-todo, sem apoio de figuras.
- Determinar uma fração irredutível, equivalente a uma fração dada, a partir da simplificação por sete.
- Localizar números em uma reta numérica graduada em que estão expressos diversos números naturais não consecutivos e crescentes, com uma subdivisão entre eles.
- Identificar, em uma coleção de pontos de uma reta numérica, os números inteiros positivos ou negativos, que correspondem a pontos destacados na reta.
- Determinar o resultado da soma ou da diferença entre dois números racionais representados na forma decimal.
- Resolver problemas envolvendo adição ou subtração de números inteiros com sinais opostos formados por até 2 algarismos.
- Resolver problemas que envolvam soma e subtração de valores monetários.
- Resolver problemas por meio da realização de subtrações e divisões, para determinar o valor das prestações de uma compra a prazo (sem incidência de juros).
- Resolver problemas que utilizam a multiplicação envolvendo a noção de proporcionalidade.
- Resolver problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais, representadas por números inteiros.
- Determinar o resultado da divisão exata entre dois números naturais, com divisor até quatro e dividendo com até quatro ordens.
- Reconhecer a modificação sofrida no valor de um número quando um algarismo é alterado.
- Reconhecer que um número não se altera ao multiplicá-lo por 1.
- Analisar e interpretar dados dispostos em uma tabela simples.
- Associar dados apresentados em tabela a gráfico de setores.
- Comparar dados representados pelas alturas de colunas presentes em um gráfico.
- Analisar dados apresentados em um gráfico de linha com mais de uma grandeza representada.

(M090305H6) Observe a reta numérica abaixo, que está dividida em segmentos de mesma medida, com os pontos J, K, L e M destacados.



Nessa reta, o ponto que corresponde ao número − 5 é o

A) J.
B) K.
C) L.
D) M.

Esse item avalia o conhecimento dos estudantes fazerem a correspondência de um número inteiro negativo a um ponto na reta numérica.

Os estudantes que assinalaram a alternativa B, provavelmente, desenvolveram o conhecimento avaliado.

EJA do ensino fundamental - Fase II

Básico

NÍVEL 4 . DE 275 A 300 PONTOS

- Interpretar a movimentação de um objeto utilizando referencial diferente do seu.
- Localizar um ponto em um plano cartesiano com o apoio de malha quadriculada, a partir de suas coordenadas ou vice-versa.
- Reconhecer um cubo a partir de uma de suas planificações desenhadas em uma malha quadriculada.
- Converter medidas dadas em toneladas para quilogramas.
- Converter unidades de medidas de comprimento, de metros para centímetros, na resolução de situação-problema.
- Determinar o perímetro de um retângulo desenhado em malha quadriculada, com as medidas de comprimento e largura explicitadas.
- Reconhecer que a medida do perímetro de um retângulo, em uma malha quadriculada, dobra ou se reduz à metade quando os lados dobram ou são reduzidos à metade.
- Determinar o volume através da contagem de blocos.
- Resolver problemas envolvendo conversão de quilograma para grama.
- Converter uma quantia, dada na ordem das dezenas de real, em moedas de 50 centavos.
- Estimar o comprimento de um objeto a partir de outro, dado como unidade padrão de medida.
- Resolver problemas sobre intervalos de tempo envolvendo adição e subtração e com intervalo de tempo passando pela meia-noite.
- Associar números naturais à quantidade de agrupamentos menos usuais, como 300 dezenas.
- Determinar a quantidade de dezenas presentes em um número de quatro ordens.

- Localizar números racionais em sua representação decimal na reta numérica.
- Determinar a soma de números racionais em contextos de sistema monetário.
- Resolver problemas que envolvem mais de duas operações com números naturais de até 3 algarismos.
- Resolver problemas que envolvem a divisão exata ou a multiplicação de números naturais.
- Resolver problemas envolvendo adição e/ou subtração entre até 3 números inteiros positivos e negativos formados por até 3 algarismos.
- Determinar um valor reajustado de uma quantia a partir de seu valor inicial e do percentual de reajuste.
- Determinar o valor numérico de uma expressão algébrica de 1º grau, envolvendo números naturais, em situação-problema.
- Resolver problemas envolvendo equação do 1º grau.
- Interpretar dados em gráficos de setores.
- Analisar dados dispostos em uma tabela de dupla entrada.

(M090342H6) Pedro e suas duas irmãs compraram um terreno de 60 000 reais para construir uma casa. Eles dividiram o valor do terreno entre eles, Pedro pagou uma parte do valor e cada uma de suas irmãs pagou o dobro da quantia que ele pagou.
Qual foi o valor pago por Pedro na compra desse terreno?

A) 60 000 reais
B) 20 000 reais
C) 15 000 reais
D) 12 000 reais

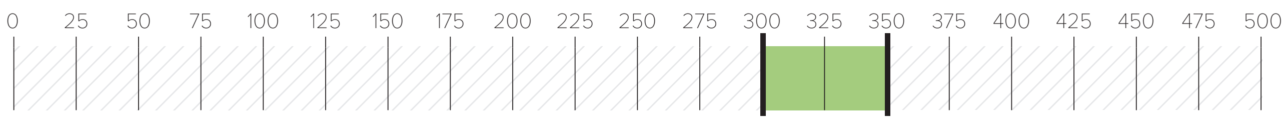
Esse item avalia o conhecimento dos estudantes resolverem problemas que envolvem modelagem e manipulação algébrica de uma equação de 1º grau.

Os estudantes que assinalaram a alternativa D, provavelmente, desenvolveram o conhecimento avaliado.

EJA do ensino fundamental - Fase II

Adequado

DE 300 A 350 PONTOS



NÍVEL 5 . DE 300 A 325 PONTOS

- Reconhecer uma linha paralela a outra dada como referência em um mapa.
- Reconhecer os lados paralelos de um trapézio expressos em forma de segmentos de retas.
- Reconhecer objetos com a forma esférica entre uma lista de objetos do cotidiano.
- Reconhecer que o ângulo não se altera em figuras obtidas por ampliação/redução.
- Localizar dois ou mais pontos em um sistema de coordenadas cartesianas.
- Calcular o perímetro de uma figura poligonal irregular desenhada sobre uma malha quadriculada, na resolução de problemas.
- Determinar o perímetro de uma figura poligonal regular, com o apoio de figura, na resolução de uma situação-problema.
- Determinar a área de um retângulo desenhado em uma malha quadriculada, após a modificação de uma de suas dimensões.
- Determinar a área de uma figura poligonal não convexa desenhada sobre uma malha quadriculada.
- Estimar a diferença de altura entre dois objetos, a partir da altura de um deles.
- Converter medidas lineares de comprimento (m/cm, km/m).
- Resolver problemas que envolvem a conversão entre diferentes unidades de medida de massa.

- Associar um número natural de seis ordens à sua forma polinomial.
- Determinar, em situação-problema, a adição e a subtração entre números racionais, representados na forma decimal, com até 3 algarismos na parte decimal.
- Resolver problemas envolvendo o cálculo da variação entre duas temperaturas representadas por números inteiros com sinais opostos.
- Resolver problemas que envolvem grandezas diretamente proporcionais requerendo mais de uma operação.
- Resolver problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais, representadas por números racionais na forma decimal.
- Resolver problemas envolvendo divisão de números naturais com resto.
- Associar a fração $\frac{1}{2}$ à sua representação na forma decimal.
- Associar uma fração com denominador 10 à sua representação decimal.
- Associar 50% à sua representação na forma de fração.
- Determinar a porcentagem envolvendo números inteiros em problemas contextualizados ou não.
- Associar uma situação-problema à sua linguagem algébrica, por meio de equações do 1º grau ou sistemas lineares.
- Interpretar dados em um gráfico de colunas duplas.

(M090035H6) Observe as frações abaixo.

$$\frac{5}{7} \quad \frac{75}{10} \quad \frac{10}{75} \quad \frac{7}{5}$$

Qual dessas frações representa o número decimal 7,5?

A) $\frac{10}{75}$

B) $\frac{5}{7}$

C) $\frac{7}{5}$

D) $\frac{75}{10}$

Esse item avalia o conhecimento dos estudantes associarem um número racional com representação decimal a uma fração com denominador 10.

Os estudantes que assinalaram a alternativa D, possivelmente, desenvolveram o conhecimento avaliado.

EJA do ensino fundamental - Fase II

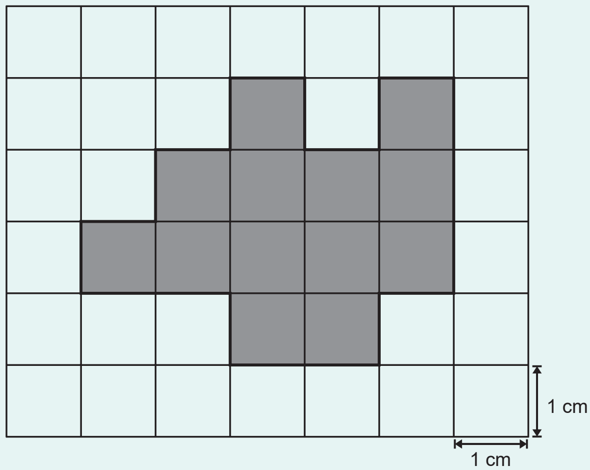
Adequado

NÍVEL 6 . DE 325 A 350 PONTOS

- Reconhecer a planificação de uma caixa cilíndrica.
- Reconhecer a medida do ângulo determinado entre dois deslocamentos, descritos por meio de orientações dadas por pontos cardeais.
- Reconhecer as coordenadas de pontos representados no primeiro quadrante de um plano cartesiano.
- Reconhecer a relação entre as medidas de raio e diâmetro de uma circunferência com o apoio de figura.
- Reconhecer a corda de uma circunferência, as faces opostas de um cubo, a partir de uma de suas planificações.
- Comparar as medidas dos lados de um triângulo a partir das medidas de seus respectivos ângulos opostos.
- Resolver problemas utilizando o Teorema de Pitágoras no cálculo da medida da hipotenusa, dadas as medidas dos catetos.
- Resolver problemas fazendo uso de semelhança de triângulos (com apoio de figuras).
- Resolver problemas que envolvem a conversão entre unidades de medida de tempo (minutos em horas, meses em anos).
- Resolver problemas que envolvem a conversão entre unidades de medida de comprimento (metros em centímetros).
- Converter unidades de medida de massa, de quilograma para grama, na resolução de situação-problema.
- Determinar o perímetro de um polígono não convexo desenhado sobre as linhas de uma malha quadriculada.

- Resolver problema envolvendo o volume de um cubo ou de um paralelepípedo retângulo com o apoio de figura.
- Estimar o valor da raiz quadrada de um número inteiro aproximando-o de um número racional em sua representação decimal.
- Determinar o minuendo de uma subtração entre números naturais, de três ordens, a partir do conhecimento do subtraendo e da diferença.
- Determinar o resultado da multiplicação entre o número 8 e um número de quatro ordens com reserva.
- Resolver problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais com constante de proporcionalidade não inteira.
- Resolver problemas envolvendo multiplicação com significado de combinatória.
- Associar a fração $\frac{1}{10}$ à sua representação percentual.
- Associar um número racional, escrito por extenso, à sua representação decimal, ou vice-versa.
- Reconhecer frações equivalentes.
- Determinar o valor de uma expressão numérica, com números irracionais, fazendo uso de uma aproximação racional, fornecida ou não.
- Comparar números racionais com quantidades diferentes de casas decimais.
- Determinar o valor numérico de uma expressão algébrica que contenha parênteses, envolvendo números naturais.
- Determinar a solução de um sistema de duas equações lineares.
- Resolver problemas envolvendo cálculo de juros simples.
- Reconhecer o gráfico de linhas correspondente a uma sequência de valores ao longo do tempo (com valores positivos e negativos).
- Resolver problemas que requerem a comparação de dois gráficos de colunas.

(M051705E4) Observe o desenho em cinza na malha quadriculada abaixo.



Maria calculou o perímetro desse desenho de maneira correta.
Qual resultado encontrado por Maria?

A) 13 cm
B) 20 cm
C) 28 cm
D) 42 cm

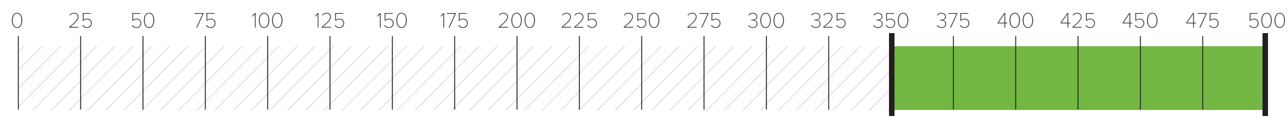
Esse item avalia o conhecimento dos estudantes resolverem problemas envolvendo o cálculo do perímetro de uma figura poligonal irregular e não convexa desenhada em uma malha quadriculada.

Os estudantes que assinalaram a alternativa B, possivelmente, desenvolveram o conhecimento avaliado.

EJA do ensino fundamental - Fase II

Avançado

ACIMA DE 350 PONTOS



NÍVEL 7 . DE 350 A 375 PONTOS

- Reconhecer ângulos agudos, retos ou obtusos de acordo com sua medida em graus.
- Reconhecer, entre um conjunto de quadriláteros, aquele que possui lados perpendiculares e com a mesma medida.
- Reconhecer as coordenadas de pontos representados em um plano cartesiano localizados em quadrantes diferentes do primeiro.
- Determinar a posição final de um objeto, após a realização de rotações em torno de um ponto, de diferentes ângulos, em sentido horário e anti-horário.
- Resolver problemas envolvendo ângulos, inclusive utilizando a Lei Angular de Tales sobre a soma dos ângulos internos de um triângulo.
- Resolver problemas envolvendo as propriedades de ângulos internos e externos de triângulos e quadriláteros, com ou sem justaposição ou sobreposição de figuras.
- Determinar a medida do ângulo interno de um pentágono regular, em uma situação-problema, sem o apoio de imagem.
- Resolver problemas utilizando o Teorema de Pitágoras no cálculo da medida de um dos catetos, dadas as medidas da hipotenusa e de um de seus catetos.
- Converter uma medida de comprimento, expressando decímetros e centímetros, para milímetros.
- Determinar o perímetro de uma região retangular, obtida pela justaposição de dois retângulos, descritos sem o apoio de figuras.
- Determinar a área de um retângulo em situações-problema.

- Determinar a área de regiões poligonais desenhadas em malhas quadriculadas.
- Determinar a razão entre as áreas de duas figuras desenhadas em uma malha quadriculada.
- Resolver problema envolvendo o volume de um cubo ou de um paralelepípedo retângulo sem o apoio de figura.
- Converter unidades de medida de volume, de m^3 para litro, em situações-problema.
- Reconhecer a relação entre as áreas de figuras semelhantes.
- Determinar a soma de números racionais dados na forma fracionária e com denominadores diferentes.
- Determinar o quociente entre números racionais, representados na forma decimal ou fracionária, em situações-problema.
- Comparar números racionais com diferentes números de casas decimais, usando arredondamento.
- Determinar o valor numérico de uma expressão algébrica de 2º grau, com coeficientes naturais, envolvendo números inteiros.
- Determinar o valor de uma expressão numérica com números racionais (inteiros ou não).
- Localizar na reta numérica um número racional, representado na forma de uma fração imprópria.
- Associar uma fração (com denominador diferente de 10) à sua representação decimal.
- Associar uma situação-problema à sua linguagem algébrica, por meio de inequações do 1º grau.
- Associar a representação gráfica de duas retas no plano cartesiano à solução de um sistema de duas equações lineares, ou vice-versa.
- Resolver problemas envolvendo equação do 2º grau.
- Determinar a média aritmética de um conjunto de valores.
- Estimar quantidades em gráficos de setores.
- Analisar dados dispostos em uma tabela de três ou mais entradas.
- Interpretar dados fornecidos em gráficos envolvendo regiões do plano cartesiano.
- Interpretar gráficos de linhas com duas sequências de valores.

(M090291H6) Juliana está preparando lembrancinhas para uma festa com pequenas embalagens de sabonete líquido. Cada uma dessas embalagens tem o formato de um cubo com arestas medindo 46 milímetros na parte interna.

Quantos milímetros cúbicos de sabonete líquido, no máximo, cabem dentro de cada uma dessas embalagens?

A) 138
B) 2 116
C) 4 232
D) 97 336

Esse item avalia o conhecimento dos estudantes resolverem problemas envolvendo o cálculo do volume de um cubo sem o apoio de figura.

Os estudantes que assinalaram a alternativa D, possivelmente, desenvolveram o conhecimento avaliado.

EJA do ensino fundamental - Fase II

Avançado

NÍVEL 8 . ACIMA DE 375 PONTOS

- Resolver problemas utilizando as propriedades das cevianas (altura, mediana e bissetriz) de um triângulo isósceles com o apoio de figura.
- Reconhecer que a área de um retângulo ou de um trapézio quadruplica quando seus lados dobram.
- Resolver problemas utilizando a soma das medidas dos ângulos internos de um polígono.
- Determinar a área de figuras formadas pela composição/decomposição de triângulos, paralelogramos, trapézios e/ou círculos.
- Determinar o valor de uma expressão numérica envolvendo adição, subtração, multiplicação, divisão e/ou potenciação entre números racionais (inteiros ou não).
- Resolver problemas envolvendo grandezas inversamente proporcionais.
- Determinar o valor numérico de uma expressão algébrica do 1º grau, com coeficientes racionais, representados na forma decimal.
- Reconhecer a expressão algébrica que expressa uma regularidade existente em uma sequência de números ou de figuras geométricas.
- Executar a simplificação de uma expressão algébrica, envolvendo a divisão de um polinômio de grau um, por um polinômio de grau dois incompleto.

(M090067H6) Um motorista de táxi, viajando a uma velocidade média de 80 km/h, fez o trajeto da cidade K para a cidade Y em 3 horas. Em um segundo dia, as condições de tráfego estavam mais favoráveis e ele conseguiu fazer esse mesmo trajeto com uma velocidade média de 120 km/h.

Quantas horas esse motorista levou para fazer esse trajeto no segundo dia?

A) 1,5
B) 2,0
C) 3,0
D) 4,5

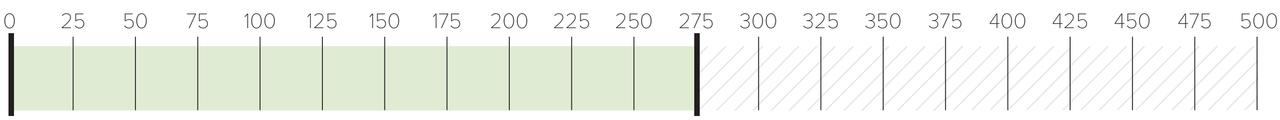
Esse item avalia o conhecimento dos estudantes resolverem problemas envolvendo grandezas inversamente proporcionais.

Os estudantes que assinalaram a alternativa B, possivelmente, desenvolveram o conhecimento avaliado.

EJA do ensino médio

Abaixo do básico

ATÉ 275 PONTOS



NÍVEL 1 . ATÉ 250 PONTOS

- Reconhecer a planificação usual do cubo a partir de seu nome.
- Reconhecer um retângulo semelhante a outro, por meio da razão de seus lados.
- Resolver problemas envolvendo conversão de litro para mililitro.
- Resolver problemas envolvendo conversão de tempo.
- Determinar uma fração irredutível, equivalente a uma fração dada, a partir da simplificação por três.
- Associar um número racional que representa uma quantia monetária, escrito por extenso, à sua representação decimal.
- Reconhecer o maior ou o menor número em uma coleção de números racionais, representados na forma decimal.
- Reconhecer a fração que corresponde à relação parte-todo entre uma figura e suas partes hachuradas.
- Determinar a divisão exata de uma quantia monetária formada por 3 algarismos na parte inteira e 2 algarismos na parte decimal, por um número natural formado por 1 algarismo, com 2 divisões parciais não exatas, na resolução de problemas com a ideia de partilha.
- Resolver problemas simples utilizando a soma de dois números racionais em sua representação decimal, formados por 1 algarismo na parte inteira e 1 algarismo na parte decimal.
- Interpretar dados apresentados em um gráfico de linha simples.

- Interpretar dados apresentados em tabela e gráfico de colunas.
- Associar dados apresentados em gráfico de colunas a uma tabela e vice-versa.
- Associar uma tabela de até duas entradas a informações apresentadas textualmente ou em um gráfico de barras ou de linhas.
- Associar um gráfico de setores a uma tabela que apresenta a mesma relação entre seus dados.

(M050248H6) Michele está planejando suas férias, que serão daqui a 2 meses.
Quantos dias faltam para as férias de Michele?

A) 14
B) 30
C) 40
D) 60

Esse item avalia o conhecimento dos estudantes resolverem problemas envolvendo conversão de meses para dias.

Os estudantes que assinalaram a alternativa D, provavelmente, desenvolveram o conhecimento avaliado.

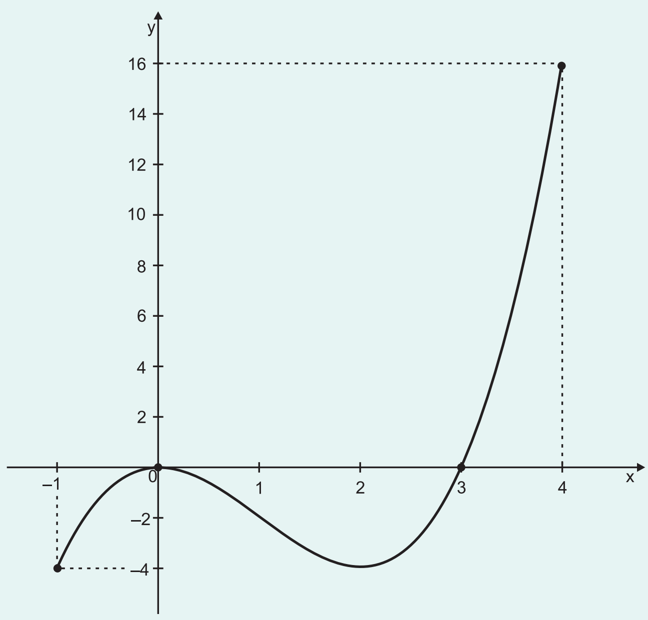
Abaixo do básico

NÍVEL 2 . DE 250 A 275 PONTOS

- Reconhecer o ângulo de giro que representa a mudança de direção na movimentação de pessoas/objetos.
- Reconhecer a planificação de um sólido simples, dado através de um desenho em perspectiva.
- Localizar um objeto em representação gráfica do tipo planta baixa, utilizando dois critérios: estar mais longe de um referencial e mais perto de outro.
- Reconhecer as coordenadas de pontos representados em um plano cartesiano localizados no primeiro ou segundo quadrante.
- Identificar, em uma coleção de pontos de uma reta numérica, os números inteiros positivos ou negativos, que correspondem a pontos destacados na reta.
- Determinar uma fração irredutível, equivalente a uma fração dada, a partir da simplificação por sete.
- Resolver problemas envolvendo adição ou subtração de números inteiros com sinais opostos formados por até 2 algarismos.
- Localizar o valor que representa um número inteiro positivo associado a um ponto indicado em uma reta numérica.
- Resolver problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais, representadas por números inteiros.
- Reconhecer os zeros de uma função dada graficamente.
- Determinar o valor de uma função afim, dada sua lei de formação.
- Determinar um resultado utilizando o conceito de progressão aritmética.
- Resolver problemas cuja modelagem recaia em uma função do 1º grau.
- Resolver problemas que envolvem a comparação entre dados de duas colunas de uma tabela de colunas duplas.

- Associar um gráfico de setores a dados percentuais apresentados textualmente.
- Associar dados apresentados em tabela a gráfico de setores.
- Analisar dados dispostos em uma tabela simples.
- Analisar dados apresentados em um gráfico de linha com mais de uma grandeza representada.
- Interpretar dados apresentados em gráfico de múltiplas colunas.

(M100100H6) Observe abaixo o gráfico de uma função real definida no intervalo [– 1, 4].



Quais são os zeros dessa função?

A) – 4 e 16.
B) – 1, 0 e 4.
C) – 1 e 4.
D) 0 e 3.
E) 4 e 16.

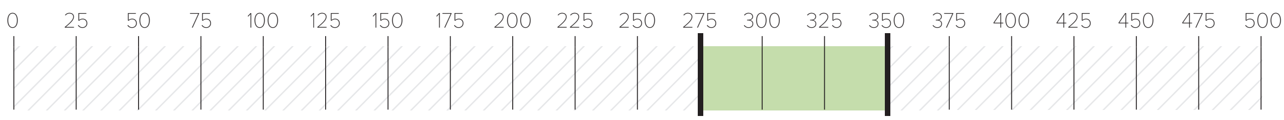
Esse item avalia o conhecimento dos estudantes reconhecerem os zeros de uma função representada graficamente.

Os estudantes que assinalaram a alternativa D, provavelmente, desenvolveram o conhecimento avaliado.

EJA do ensino médio

Básico

DE 275 A 350 PONTOS



NÍVEL 3 . DE 275 A 300 PONTOS

- Associar uma planificação usual dada de um prisma hexagonal ao seu nome.
- Localizar pontos em um plano cartesiano com o apoio de malha quadriculada, a partir de suas coordenadas ou vice-versa.
- Reconhecer as coordenadas de um ponto dado em um plano cartesiano com o apoio de malha quadriculada.
- Interpretar a movimentação de um objeto utilizando referencial diferente do seu.
- Reconhecer que a medida do perímetro de um retângulo, em uma malha quadriculada, dobra ou se reduz à metade quando os lados dobram ou são reduzidos à metade.
- Converter unidades de medidas de comprimento, de metros para centímetros, na resolução de situação-problema.
- Determinar o volume através da contagem de blocos.
- Localizar números inteiros negativos na reta numérica.
- Localizar números racionais em sua representação decimal na reta numérica.
- Determinar a soma de números racionais em contextos de sistema monetário.
- Resolver problemas envolvendo adição e/ou subtração entre até 3 números inteiros positivos e negativos formados por até 3 algarismos.

- Determinar o quarto valor em uma relação de proporcionalidade direta a partir de três valores fornecidos em uma situação do cotidiano.
- Resolver problemas utilizando operações fundamentais com números naturais.
- Determinar um valor reajustado de uma quantia a partir de seu valor inicial e do percentual de reajuste.
- Determinar o número de termos de uma progressão aritmética, dados o primeiro, o último termo e a razão, em uma situação-problema.
- Reconhecer que a solução de um sistema de equações dado equivale ao ponto de interseção entre as duas retas que o compõem.
- Determinar o valor numérico de uma expressão algébrica de 1º grau, envolvendo números naturais, em situação-problema.
- Resolver problemas envolvendo equação do 1º grau.
- Reconhecer o valor máximo de uma função quadrática representada graficamente.
- Reconhecer, em um gráfico, o intervalo no qual a função assume valor máximo.
- Determinar a moda de um conjunto de valores.
- Associar a fração $\frac{1}{2}$ a 50% de um todo.
- Analisar dados dispostos em uma tabela de dupla entrada.
- Determinar, por meio de proporcionalidade, o gráfico de setores que representa uma situação com dados fornecidos textualmente.

(M120411H6) Uma faculdade oferece as seguintes condições de pagamento dos boletos das mensalidades: pagando até o 5° dia útil de cada mês, o valor da mensalidade tem um desconto de 10%; pagando do 6° dia até o 10° dia útil do mês, o valor da mensalidade cobrada é o mesmo do que foi contratado e, caso o pagamento seja efetuado após o 10° dia útil, há um acréscimo de 10% no valor da mensalidade. O contrato de Taís com essa faculdade prevê um valor de R$ 750,00 de mensalidade, porém, no último mês, ela efetuou o pagamento no 12° dia útil.

Qual foi o valor pago por Taís pela mensalidade da faculdade nesse mês?

A) R$ 825,00
B) R$ 760,00
C) R$ 750,00
D) R$ 740,00
E) R$ 675,00

Esse item avalia o conhecimento dos estudantes resolverem problemas envolvendo cálculo de porcentagens.

Os estudantes que assinalaram a alternativa A, possivelmente, consolidaram o conhecimento avaliado.

Básico

NÍVEL 4 . DE 300 A 325 PONTOS

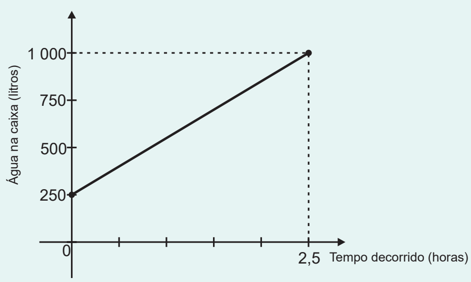
- Reconhecer que o ângulo não se altera em figuras obtidas por ampliação/redução.
- Localizar pontos em um sistema de coordenadas cartesianas.
- Determinar o perímetro de uma região retangular, com o apoio de figura, na resolução de uma situação-problema.
- Determinar a área de um retângulo em situações-problema.
- Resolver problemas envolvendo área de uma região composta por retângulos a partir de medidas fornecidas em texto e figura.
- Identificar, em uma coleção de pontos na reta numérica, aquele que melhor representa a localização de um numero irracional dado na forma de um radical.
- Associar uma fração com denominador 10 à sua representação decimal ou vice-versa.
- Associar uma situação-problema à sua linguagem algébrica, por meio de equações do 1º grau ou sistemas lineares.
- Resolver problemas envolvendo o cálculo da variação entre duas temperaturas representadas por números inteiros com sinais opostos.
- Determinar, em situação-problema, a adição e a subtração entre números racionais, representados na forma decimal, com até 3 algarismos na parte decimal.
- Resolver problemas utilizando proporcionalidade direta ou inversa, cujos valores devem ser obtidos a partir de operações simples.
- Determinar, em situação-problema, a adição e a multiplicação entre números racionais, envolvendo divisão por números inteiros.
- Determinar porcentagens envolvendo números inteiros.
- Determinar o percentual que representa um valor em relação a outro.
- Resolver problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais, representadas por números racionais na forma decimal.

- Reconhecer o gráfico de função a partir de valores fornecidos em um texto.
- Determinar, em uma situação problema, a abscissa de um ponto de máximo de uma função quadrática com base em seu gráfico.
- Determinar um termo de progressão aritmética, dada sua forma geral.
- Determinar a probabilidade da ocorrência de um evento simples.
- Resolver problemas de contagem usando princípio multiplicativo.

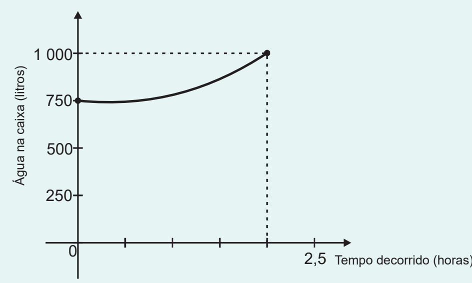
(M100422H6) Uma torneira foi aberta para completar a capacidade de uma caixa d'água de 1 000 litros que, inicialmente, estava com 250 litros de água. A quantidade de litros que flui dessa torneira, por hora, é constante. Ao completar a capacidade de 1 000 litros na caixa, duas horas e meia depois, essa torneira foi fechada.

Qual é o gráfico que expressa a relação entre a quantidade de água nessa caixa e o tempo que a torneira ficou aberta?

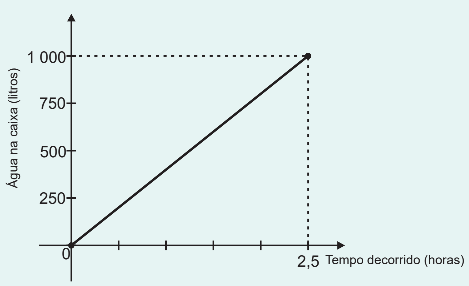
A)



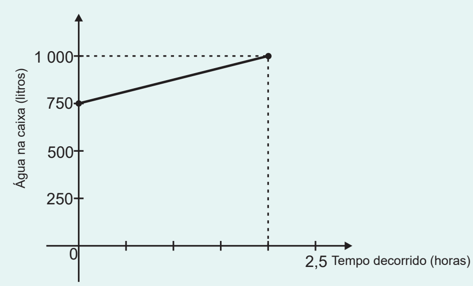
B)



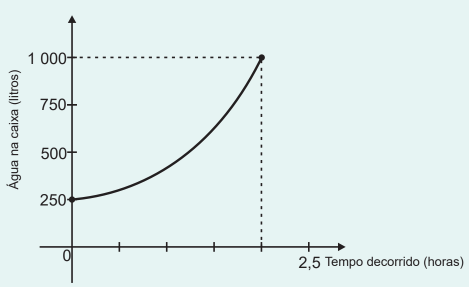
C)



D)



E)



Esse item avalia o conhecimento dos estudantes reconhecerem o gráfico de uma relação a partir de valores fornecidos em um texto.

Os estudantes que assinalaram a alternativa A, provavelmente, desenvolveram o conhecimento avaliado.

Básico

NÍVEL 5 . DE 325 A 350 PONTOS

- Reconhecer a medida do ângulo determinado entre dois deslocamentos, descritos por meio de orientações dadas por pontos cardeais.
- Associar os pontos que representam os vértices de um quadrilátero representado em cada um dos quadrantes do plano cartesiano às suas respectivas coordenadas.
- Reconhecer a relação entre as medidas de raio e diâmetro de uma circunferência com o apoio de figura.
- Reconhecer a corda de uma circunferência e as faces opostas de um cubo, a partir de uma de suas planificações.
- Comparar as medidas dos lados de um triângulo a partir das medidas de seus respectivos ângulos opostos.
- Resolver problemas utilizando o Teorema de Pitágoras no cálculo da medida da hipotenusa, dadas as medidas dos catetos.
- Resolver problemas fazendo uso de semelhança de triângulos com apoio de figuras.
- Determinar medidas de segmentos por meio da semelhança entre dois polígonos.
- Determinar o perímetro de uma região formada pela justaposição de retângulos, sendo todas as medidas fornecidas com o apoio de imagem.
- Resolver problema envolvendo o volume de um cubo ou de um paralelepípedo retângulo com o apoio de figura.
- Converter unidades de medida de massa, de quilograma para grama, na resolução de situação-problema.
- Reconhecer frações equivalentes.
- Associar um número racional, escrito por extenso, à sua representação decimal, ou vice-versa.
- Estimar o valor da raiz quadrada de um número inteiro aproximando-o de um número racional em sua representação decimal.

- Resolver problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais com constante de proporcionalidade não inteira.
- Determinar o valor numérico de uma expressão algébrica que contenha parênteses, envolvendo números naturais.
- Determinar um valor monetário obtido por meio de um desconto ou um acréscimo percentual.
- Determinar o valor de uma expressão numérica, com números irracionais, fazendo uso de uma aproximação racional fornecida ou não.
- Determinar a solução de um sistema de duas equações lineares.
- Determinar o valor de variável dependente ou independente de uma função exponencial com expoente inteiro dado.
- Determinar o valor de uma expressão algébrica.
- Determinar a solução de um sistema de três equações sendo uma com uma incógnita, outra com duas e a terceira com três incógnitas.
- Resolver problemas envolvendo divisão proporcional do lucro em relação a dois investimentos iniciais diferentes.
- Resolver problemas envolvendo cálculo de juros simples.
- Resolver problemas envolvendo operações, além das fundamentais, com números naturais.
- Resolver problemas envolvendo a relação linear entre duas variáveis para a determinação de uma delas.
- Resolver problemas envolvendo probabilidade de união de eventos.
- Avaliar o comportamento de uma função representada graficamente, quanto ao seu crescimento ou decrescimento.
- Determinar a probabilidade, em percentual, de ocorrência de um evento simples na resolução de problemas.
- Resolver problemas que requerem a comparação de dois gráficos de colunas.

(M120410H6) Um professor de Matemática dividiu os alunos de sua turma em 13 grupos diferentes para apresentarem um trabalho. Para determinar a ordem das apresentações dos grupos, ele colocou em uma urna 13 cartões idênticos, numerados de 1 a 13, que foram sorteados aleatoriamente.
Qual é a probabilidade do primeiro cartão retirado da urna ser um número maior que 8?

A) $\frac{1}{13}$

B) $\frac{5}{13}$

C) $\frac{6}{13}$

D) $\frac{7}{13}$

E) $\frac{8}{13}$

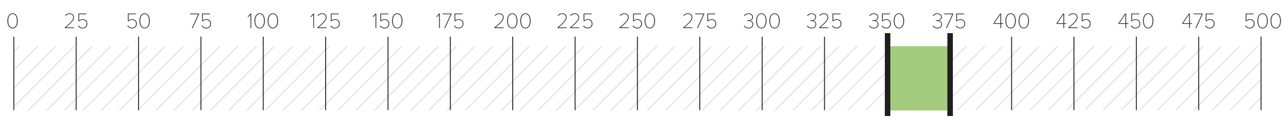
Esse item avalia o conhecimento dos estudantes resolverem problemas envolvendo a probabilidade de união de eventos em um espaço amostral equiprovável.

Os estudantes que assinalaram a alternativa B, possivelmente, consolidaram o conhecimento avaliado.

EJA do ensino médio

Adequado

DE 350 A 375 PONTOS



NÍVEL 6 . DE 350 A 375 PONTOS

- Reconhecer ângulos agudos, retos ou obtusos de acordo com sua medida em graus.
- Associar um sólido geométrico simples a uma planificação usual dada.
- Reconhecer as coordenadas de pontos representados em um plano cartesiano localizados no terceiro ou quarto quadrantes.
- Determinar a posição final de um objeto, após a realização de rotações em torno de um ponto, de diferentes ângulos, em sentido horário e anti-horário.
- Resolver problemas envolvendo ângulos, inclusive utilizando a Lei Angular de Tales sobre a soma dos ângulos internos de um triângulo.
- Resolver problemas envolvendo as propriedades de ângulos internos e externos de triângulos, quadriláteros e pentágonos, com ou sem justaposição ou sobreposição de figuras.
- Determinar a medida do ângulo interno de um pentágono regular, em uma situação-problema, sem o apoio de imagem.
- Resolver problemas utilizando o Teorema de Pitágoras.
- Determinar a razão de semelhança entre as imagens de um mesmo objeto em escalas diferentes.
- Determinar o perímetro de uma região retangular, obtida pela justaposição de dois retângulos, descritos sem o apoio de figuras.
- Determinar a área de regiões poligonais desenhadas em malhas quadriculadas.

- Reconhecer a relação entre as áreas de figuras semelhantes.
- Resolver problema envolvendo o volume de um cubo ou de um paralelepípedo retângulo sem o apoio de figura.
- Converter unidades de medida de volume, de m^3 para litro, em situações-problema.
- Determinar o quociente entre números racionais, representados na forma decimal ou fracionária, em situações-problema.
- Determinar a soma de números racionais dados na forma fracionária e com denominadores diferentes.
- Determinar o valor numérico de uma expressão algébrica de 2º grau, com coeficientes naturais, envolvendo números inteiros.
- Determinar o valor de uma expressão numérica com números racionais (inteiros ou não).
- Comparar números racionais com diferentes números de casas decimais, usando arredondamento.
- Localizar na reta numérica um número racional, representado na forma de uma fração.
- Associar uma fração à sua representação na forma decimal.
- Utilizar o cálculo de porcentagens na resolução de problemas envolvendo números racionais (não inteiros).
- Associar uma situação-problema à sua linguagem algébrica, por meio de inequações do 1º grau.
- Determinar a solução de um sistema de equações lineares compostos por 3 equações com 3 incógnitas.
- Associar a representação gráfica de duas retas no plano cartesiano à solução de um sistema de duas equações lineares, ou vice-versa.
- Resolver problemas envolvendo equação do 2º grau.
- Determinar a média aritmética de um conjunto de valores.
- Determinar os zeros de uma função quadrática, a partir de sua lei de formação.

- Determinar o valor de variável dependente ou independente de uma função exponencial com expoente fracionário dado.
- Estimar quantidades em gráficos de setores.
- Analisar dados dispostos em uma tabela de três ou mais entradas.
- Interpretar dados fornecidos em gráficos envolvendo regiões do plano cartesiano.
- Interpretar gráficos de linhas com duas sequências de valores.

(M120199H6) O gerente de uma empresa montou uma tabela contendo a carga horária diária, a idade e o salário de seus 5 novos funcionários.

Funcionário	Carga horária diária (h)	Idade (anos)	Salário (R$)
Carlos	6	30	880
Fábio	8	21	1 000
Mauro	8	45	2 200
Sérgio	6	19	1 000
Vitor	4	20	900

A variação máxima entre as cargas horárias diárias, entre as idades e entre os salários desses 5 funcionários são, respectivamente,

A) 2 horas, 10 anos e R$ 20,00.
B) 2 horas, 15 anos e R$ 1 320,00.
C) 2 horas, 26 anos e R$ 1 200,00.
D) 4 horas, 15 anos e R$ 1 300,00.
E) 4 horas, 26 anos e R$ 1 320,00.

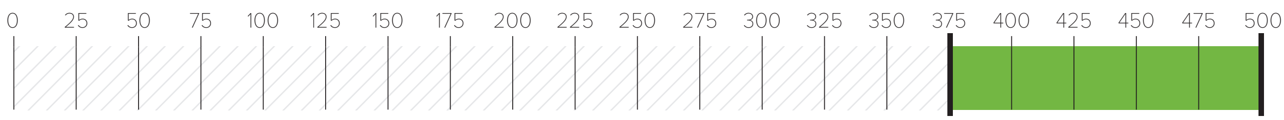
Esse item avalia o conhecimento dos estudantes resolverem problemas envolvendo a interpretação de informações apresentadas em uma tabela de múltiplas entradas.

Os estudantes que assinalaram a alternativa E, possivelmente, consolidaram o conhecimento avaliado.

EJA do ensino médio

Avançado

ACIMA DE 375 PONTOS

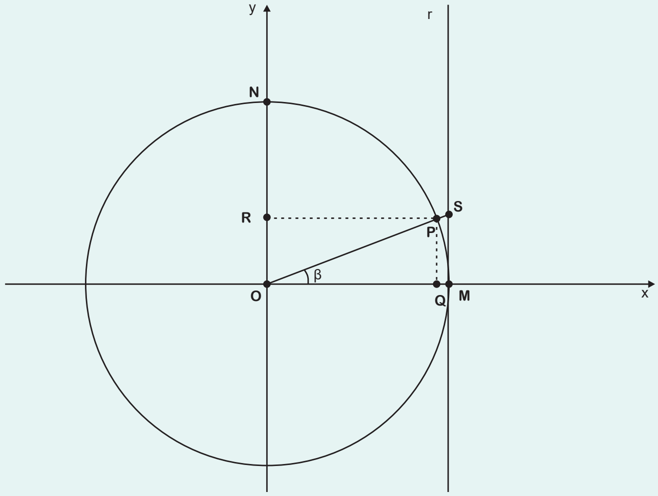


NÍVEL 7 . DE 375 A 400 PONTOS

- Resolver problemas utilizando as propriedades das cevianas (altura, mediana e bissetriz) de um triângulo isósceles com o apoio de figura.
- Determinar a medida de um dos lados de um triângulo retângulo, por meio de razões trigonométricas, na resolução de problemas com apoio de figuras, dados os valores do seno, cosseno e tangente do ângulo na forma fracionária.
- Determinar o seno, o cosseno ou a tangente de um ângulo no ciclo trigonométrico ou como razão entre lados de um triângulo retângulo.
- Determinar, com o uso do Teorema de Pitágoras, a medida de um dos catetos de um triângulo retângulo não pitagórico.
- Resolver problemas por meio de semelhança de triângulos sem apoio de figura.
- Determinar a equação de uma reta a partir de dois de seus pontos.
- Determinar o ponto de interseção de duas retas.
- Resolver problemas envolvendo perímetros de triângulos equiláteros que compõem uma figura.
- Reconhecer que a área de um retângulo quadruplica quando seus lados dobram.
- Determinar a área de figuras simples (triângulo, paralelogramo, trapézio), inclusive utilizando composição/decomposição.
- Determinar a área de um polígono não convexo composto por retângulos e triângulos, a partir de informações fornecidas na figura.

- Determinar o valor numérico de uma expressão algébrica do 1º grau, com coeficientes racionais, representados na forma decimal.
- Determinar o valor de uma expressão numérica envolvendo adição, subtração e potenciação entre números racionais, representados na forma decimal.
- Resolver problemas envolvendo grandezas inversamente proporcionais.
- Executar a simplificação de uma expressão algébrica, envolvendo a divisão de um polinômio de grau um, por um polinômio de grau dois incompleto.
- Reconhecer gráfico de função a partir de informações sobre sua variação descritas em um texto.
- Reconhecer gráfico de função afim a partir de sua representação algébrica.
- Reconhecer a lei de formação de uma função afim dada sua representação gráfica.
- Corresponder um polinômio na forma fatorada às suas raízes.
- Determinar os pontos de máximo ou de mínimo a partir do gráfico de uma função.
- Determinar o valor de uma expressão algébrica, envolvendo módulo.
- Determinar a expressão algébrica que relaciona duas variáveis com valores dados em tabela ou gráfico.
- Resolver problemas que envolvam uma equação de 1º grau que requeira manipulação algébrica.
- Determinar a maior raiz de um polinômio de 2º grau.
- Resolver problemas para obter valor de variável dependente ou independente de uma função exponencial do tipo $f(x) = ax + b$, com $a>0$ e não inteiro.
- Resolver problemas envolvendo um sistema linear com duas equações e duas incógnitas.
- Resolver problemas usando permutação.
- Resolver problemas utilizando probabilidade, envolvendo eventos independentes.

(M100234E4) No ciclo trigonométrico abaixo, estão representados um ângulo β e uma reta r tangente à circunferência no ponto M.



Qual é a tangente do ângulo β?

A) $\dfrac{\overline{PQ}}{\overline{OP}}$

B) $\dfrac{\overline{PQ}}{\overline{OQ}}$

C) $\dfrac{\overline{OQ}}{\overline{PQ}}$

D) $\dfrac{\overline{OQ}}{\overline{OP}}$

E) $\dfrac{\overline{OM}}{\overline{OP}}$

Esse item avalia o conhecimento dos estudantes determinarem a tangente de um ângulo no ciclo trigonométrico.

Os estudantes que assinalaram a alternativa B, possivelmente, consolidaram o conhecimento avaliado.

EJA do ensino médio

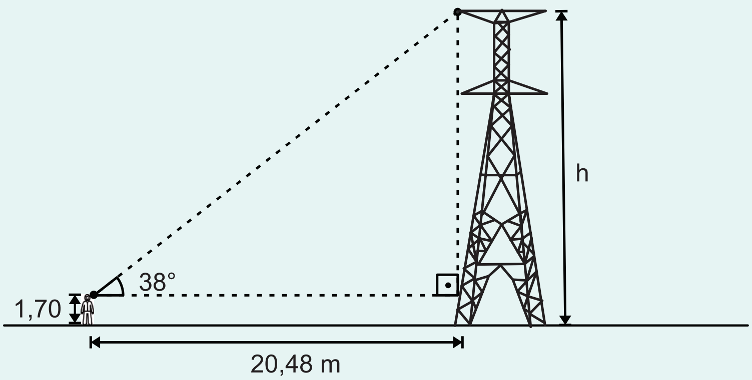
Avançado

NÍVEL 8 . DE 400 A 425 PONTOS

- Determinar a distância entre dois pontos no plano cartesiano.
- Determinar a equação de uma reta a partir de sua representação gráfica.
- Determinar a medida de um dos lados de um triângulo retângulo, por meio de razões trigonométricas, na resolução de problemas com apoio de figuras, dadas as aproximações dos valores do seno, cosseno e tangente do ângulo na representação decimal.
- Interpretar o significado dos coeficientes da equação de uma reta, a partir de sua forma reduzida ou de seu gráfico.
- Resolver problemas utilizando a soma das medidas dos ângulos internos de um polígono.
- Associar um prisma a uma planificação usual dada.
- Determinar a quantidade de faces, vértices e arestas de um poliedro por meio da aplicação direta da Relação de Euler.
- Reconhecer a proporcionalidade dos elementos lineares de figuras semelhantes.
- Determinar uma das medidas de uma figura tridimensional, utilizando o Teorema de Pitágoras.
- Determinar a equação de uma circunferência, dados o centro e o raio.
- Determinar o perímetro de uma região circular na resolução de problemas sem apoio de figuras.
- Determinar o perímetro de uma região formada pela composição de um retângulo e dois semicírculos na resolução de problemas.
- Determinar a área da superfície de uma pirâmide regular.
- Determinar o volume de um paralelepípedo, dadas suas dimensões em unidades diferentes.

- Determinar o volume de cilindros.
- Determinar o volume de um cone reto a partir das medidas do diâmetro da base e da altura na resolução de problemas sem apoio de imagem.
- Reconhecer a expressão algébrica que expressa uma regularidade existente em uma sequência de números ou de figuras geométricas.
- Reconhecer o gráfico de uma função trigonométrica da forma $f(x) = a.sen(x)$.
- Resolver um sistema de equações associado a uma matriz.
- Determinar a expressão algébrica associada a um dos trechos do gráfico de uma função definida por partes.
- Determinar o valor de uma função quadrática a partir de sua expressão algébrica e das expressões que determinam as coordenadas do vértice.
- Resolver problemas envolvendo a resolução de uma equação do 2º grau, sendo dados seus coeficientes.
- Resolver problemas usando arranjo.

(M100113E4) Observe abaixo o esquema que um observador montou para estimar a altura de uma torre de energia.



Dados:

sen 38º ≅ 0,62
cos 38º ≅ 0,79
tg 38º ≅ 0,78

Qual é a altura h aproximada dessa torre de energia?

A) 15,97
B) 17,67
C) 26,25
D) 27,62
E) 34,73

Esse item avalia o conhecimento dos estudantes resolverem problemas envolvendo razões trigonométricas no triângulo retângulo.

Os estudantes que assinalaram a alternativa B, provavelmente, desenvolveram o conhecimento avaliado pelo item.

EJA do ensino médio

Avançado

NÍVEL 9 . ACIMA DE 425 PONTOS

- Reconhecer a equação que representa uma circunferência, dentre diversas equações dadas.
- Utilizar as razões trigonométricas na resolução de problemas sem apoio de imagem.
- Determinar o centro e o raio de uma circunferência a partir de sua equação geral.
- Determinar a equação de uma circunferência a partir de seu gráfico.
- Resolver problemas envolvendo relações métricas em um triângulo retângulo que compõe uma figura plana dada.
- Determinar a quantidade de faces, vértices e/ou arestas de um poliedro por meio da Relação de Euler em um problema que necessite de manipulação algébrica.
- Identificar a equação da reta dado o ângulo agudo que esta forma com o eixo-x e um de seus pontos, sem o apoio de imagem.
- Interpretar o significado dos coeficientes das equações de duas retas, a partir de sua forma reduzida ou de seu gráfico.
- Determinar o volume de pirâmides regulares.
- Resolver problemas envolvendo áreas de círculos e polígonos.
- Resolver problemas envolvendo semelhança de triângulos com apoio de figura na qual os dois triângulos apresentam ângulos opostos pelos vértices.
- Resolver problemas envolvendo cálculo de volume de cilindro.
- Resolver problemas envolvendo cálculo da área lateral ou total de um cilindro, com ou sem apoio de figuras.

- Determinar o 1º termo de uma progressão aritmética em um problema, dados os valores da razão e da soma dos termos.
- Reconhecer o gráfico de uma função exponencial do tipo $f(x) = 10^x+1$.
- Reconhecer em uma coleção de gráficos diversos aquele que representa uma função logarítmica do tipo $f(x) = \log x$.
- Reconhecer a lei de formação ou o gráfico de uma função logarítmica dada a expressão algébrica da sua função inversa e seu gráfico.
- Determinar a lei de formação de uma função exponencial, a partir de dados fornecidos em texto ou de representação gráfica.
- Determinar a inversa de uma função exponencial dada, representativa de uma situação do cotidiano.
- Determinar a inclinação ou coeficiente angular de retas a partir de suas equações.
- Determinar a solução de um sistema de 3 equações lineares e 3 incógnitas apresentado na forma matricial escalonada.
- Associar o gráfico de uma função trigonométrica da forma $f(x) = a.\text{sen}(x) + b$ à sua lei de formação.
- Associar o gráfico de uma função trigonométrica da forma $f(x) = \text{tg}(x)$ à sua lei de formação.
- Resolver problemas de análise combinatória utilizando o Princípio Fundamental da Contagem ou Combinação simples.

(M110093H6) Um grupo de crianças decidiu completar um álbum que deve ser preenchido com 1 470 figurinhas de jogadores de futebol. Esse grupo encontrava-se semanalmente para juntar e colar as figurinhas inéditas. Na décima quinta semana, eles conseguiram completar o álbum, sendo que a cada semana de encontro eles sempre conseguiam 5 figurinhas inéditas a mais do que na semana anterior.

Quantas figurinhas inéditas, no total, esse grupo colou no álbum na primeira semana?

A) 573
B) 294
C) 98
D) 63
E) 55

Dado:

$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$

$S_n = \dfrac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$

Esse item avalia o conhecimento dos estudantes determinarem o 1º termo de uma progressão aritmética em um problema, dados os valores da razão e da soma dos termos.

Os estudantes que assinalaram a alternativa D, provavelmente, desenvolveram o conhecimento avaliado nesse item.

Reitor da Universidade Federal de Juiz de Fora
Marcus Vinicius David

Coordenação Geral do CAEd
Lina Kátia Mesquita de Oliveira
Manuel Palácios da Cunha e Melo
Eleuza Maria Rodrigues Barboza

Coordenação da Pesquisa de Avaliação 2016-2019
Manuel Palácios da Cunha e Melo

Coordenação da Pesquisa Aplicada ao Design e Tecnologias da Comunicação
Edna Rezende Silveira de Alcântara

Coordenação da Pesquisa Aplicada ao Desenvolvimento de Instrumentos de Avaliação
Hilda Aparecida Linhares da Silva Micarello

Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Gestão e Avaliação da Educação Pública
Eliane Medeiros Borges

Supervisão de Construção de Instrumentos e Produção de Dados
Rafael de Oliveira

Supervisão de Entregas de Resultados e Desenvolvimento Profissional
Wagner Silveira Rezende

CAEd UFJF

PARANÁ
Governo do Estado